

УДК 336.7

ББК 65.26

Antonov Ilya Nikolaevich,
undergraduate of the department
of the world economy and finances
of Astrakhan state university,
Astrakhan,
e-mail: antonovilya1994@gmail.com

Антонов Илья Николаевич,
магистрант кафедры мировой экономики
и финансов Астраханского
государственного университета,
г. Астрахань,
e-mail: antonovilya1994@gmail.com

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КУРСОВ ВАЛЮТ НА ОСНОВЕ КОПУЛЯРНЫХ МОДЕЛЕЙ

FORECASTING CURRENCY RATE BY COPULA-MODELS

При прогнозировании значений курсов иностранных валют часто используются показатели линейной зависимости, однако такие методы часто оказываются неэффективны. В данной статье прогноз иностранных валют (доллара США, евро, фунта стерлингов, канадского доллара, австралийского доллара) строится на основе архимедовых копулярных моделей. Были описаны, а затем сформированы копулы Гамбела–Хаугарда, Клейтона и Франка, которые оценивались методом максимального правдоподобия и байесовским методом с использованием алгоритма Метрополиса–Гастингса. Выбор модели и оцененных параметров осуществлялся при помощи теста Колмогорова–Смирнова, по результатам которого наилучшей моделью оказалась копула Клейтона, оцененная методом максимального правдоподобия. С ее помощью наилучший прогноз был получен для канадского доллара.

Linear dependence often use for forecasting the exchange rate of foreign currencies; however, these methods are often ineffective. In this article the forecast of foreign currencies (US dollar, Euro, pound sterling, Canadian dollar and Australian dollar) is made on the multidimensional Archimedean copula-models. Copulas Clayton, Frank and Gumbel-Hougaard were built and estimated by maximum likelihood and Bayesian method with Metropolis-Hastings. Selection of the model and the estimated parameters were done by Kolmogorov-Smirnov test. As the result the best model has been Clayton copula estimated by maximum likelihood. The best forecast was obtained for Canadian dollar.

Ключевые слова: архимедовы копулы, байесовские оценки, валютный риск, валюты, копула Клейтона, копула Франка, копула Гамбела–Хаугарда, метод максимального правдоподобия, многомерные копулы, прогноз.

Keywords: Archimedean copulas, Bayesian estimation, currency risk, currency, Clayton copula, Frank copula, Gumbel-Hougaard copula, maximum likelihood, multidimensional copula, forecast.

Развитие мировых хозяйственных связей, интеграция финансовых систем государств и интернационализация рынка банковских операций характеризуются не только положительными эффектами, но и определенными рисками [1]. Одним из них является валютный [2], представляющий собой возможность денежных потерь в результате неожиданного и неблагоприятного изменения курсов иностранных валют [3]. В связи с этим исследование

взаимодействия валют друг с другом представляет интерес со стороны моделирования и оценки их связей и может быть использовано при решении таких задач, как оптимизация, хеджирование, диверсификация валютного портфеля, оценка и минимизация валютных рисков. В данном контексте экономисты часто применяют показатели линейной взаимосвязи [4], однако существует ряд противоречий, демонстрирующий ограниченность такого подхода [5]. Помимо этого не все финансовые переменные могут быть описаны многомерным нормальным законом, в связи с разными показателями асимметрии [6; 7].

Решением описанных проблем могут стать копулярные модели, которые нашли широкое применение при решении таких прикладных задач, как оценка справедливой стоимости производных финансовых инструментов, выбор оптимальной структуры, оптимизация и последующая оценка рисков инвестиционного портфеля [8], хеджирование рисков [9]. Однако кроме положительных качеств у копулярных моделей существуют определенные недостатки [10]. Дискретные данные, используемые непосредственно для анализа и формирования копул, в связи с отсутствием непрерывности порождают такую проблему, как неединственность оценок копул. Помимо этого в первичных данных существуют структурные сдвиги, что при неправильном учете может привести к смещенным оценкам частных распределений и копул.

В сегменте русскоязычной литературы обзоры теории копул, их свойств и способов построений можно найти в работах Фантащини [11] и Благовещенского [12]. Копулы позволяют описать структуру зависимости между отдельными компонентами, которые могут быть представлены частными функциями распределения. Таким образом, копула-функция позволяет перейти от одномерных распределений случайных величин, в нашем случае доходностей иностранных валют, к совместному распределению. Такой подход рассматривался в работе Пенникаса [3], где копулярный метод использовался наравне с методом, основанным на предположении многомерного нормального распределения доходностей валют. Основной целью ставилось решение задачи оптимизации открытых валютных позиций в коммерческом банке, чьи потери от валютного риска не должны превышать капитал банка с заданной вероятностью. В результате исследования было показано, что совместное распределение недельных приростов курсов валют не является нормальным и лучше всего описывается копулой Гамбела с наличием зависимости в правых хвостах распределения. Оба подхода позволили получить допустимые результаты в рамках заданных ограничений на размер валютного

риска. Однако основным выводом стало то, что копулярные модели показали себя эффективнее. Это связано как с лучшим описанием распределения, так и с тем, что при данном методе фактическая доходность всегда оказывалась выше.

Построение копулярных моделей и исследование хвостовых зависимостей доходностей валют проводились в работе Коморникова [13], где использовались польский злотый (первый период), чешская крона, венгерский форинти словацкая крона. Рассматривались три периода 4.1.1999 – 30.6.2008, 4.1.1999 – 31.7.2009 и 1.7.2008 – 31.7.2009. Модели строились на основе парных копул Гамбела, Клейтона и Франка с одним параметром и копулы Джо BB1 с двумя параметрами. При описании последней были сделаны важные замечания. Так, BB1 является обобщенным случаем копул Гамбела и Клейтона, и при одинаковом значении корреляции Кендалла хвостовая зависимость BB1 оказывается ниже. Помимо этого, в работе применялся подход комбинирования двух копулярных моделей в одну с использованием весового коэффициента α :

$$C_{\theta, \alpha}(u, v) = \alpha C_{\theta_1}(u, v) + (1 - \alpha) C_{\theta_2}(u, v)$$

В начале отсеивались все модели, не прошедшие критерий согласия, основанный на распределении $\chi^2_{p(p+1)/2}$, затем из оставшихся выбиралась наилучшая при помощи критерия Такаучи (TIC, [14]). Формирование моделей показало, что при использовании некомбинированного подхода наилучшей в большинстве случаев оказалась копула Гамбела, в то время как модели BB1 не прошли тестирования. Однако, при построении комбинированных моделей связки с копулой Джо оказались самыми эффективными, пройдя тест на основе критерия согласия и получив лучшее значение TIC. Таким образом, на основе полученных значений, авторы работы утверждают, что использование подходов связок в положительную сторону улучшило качество копулярных моделей, позволив как сгладить их оценки, так и получить более выраженные хвостовые зависимости.

Цель настоящей работы заключается в исследовании совместного распределения валютных курсов с использованием современных эконометрических моделей и построении прогноза. В основной части решаются такие задачи, как определение методологии исследования, построение копулярных моделей и генерирование новой выборки с последующим формированием прогнозных значений валютных курсов. Стоит отметить, что в данной работе, в отличие от других подобной тематики, были построены многомерные копулярные модели на основе пяти иностранных валют, в то время как в большинстве исследований предпочтения отдавались в пользу парных копул. Помимо этого, оценка моделей производилась двумя способами. Первый и наиболее популярный – метод максимального правдоподобия. Вторым послужил байесовский подход с использованием алгоритма Метрополиса–Гастингса.

Функция $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$ от n переменных, определенная на единичном гиперкубе $I^n = [0, 1]^n$ (т.е. $u_i \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, n$), называется копула-функцией, если она обладает следующими свойствами [11]:

- 1) областью значений функции является единичный интервал $[0, 1]$;
- 2) если $u_i = 0$ по крайней мере для одного $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, то $C(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0$;

- 3) $C(1, \dots, 1, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$ для любых $u_i \in [0, 1]$;
- 4) $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$ является квази-монотонной функцией:

$$\forall (a_1, a_2, \dots, a_n), (b_1, b_2, \dots, b_n) \in [0, 1]^n, a_i \leq b_i, \\ \sum_{i_1=1}^2 \dots \sum_{i_n=1}^2 (-1)^{i_1 + \dots + i_n} C(u_{1i_1}, \dots, u_{ni_n}) \geq 0,$$

где $u_{i1} = a_i$ и $u_{i2} = b_i$ для всех $j \in \{1, \dots, n\}$.

Использование копул основывается на теореме Шкляра, которая утверждает, что любое многомерное распределение может быть представлено в виде копулы и набора частных функций распределения.

Теорема Шкляра. Предположим, что H – совместная функция распределения ряда случайных величин $x_1, x_2, \dots, x_n$, имеющих соответственные частные функции распределения $F_1, F_2, \dots, F_n$. Тогда существует такая копула C , что для любых $x_1, x_2, \dots, x_n$ можно записать:

$$C: H(x_1, \dots, x_n) = C[F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)].$$

При этом если функции распределения $F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)$ непрерывны, то копула C определена единственным образом. Из данной теоремы следует, что копула-функция помимо формирования многомерной функции распределения позволяет разделить ее на частные распределения: компонент и структуру их зависимостей.

В качестве основных семейств копул принято выделять три вида: эллипсообразные, экстремальные и архимедовы [10]. Первый из них включает в себя класс симметричных распределений, в качестве примера которых можно привести распределения Гаусса, Стюдента, Коши, Лапласа. При помощи данного семейства копул можно моделировать тяжелые хвосты распределений, часто встречающихся при рассмотрении финансовых данных. Другое семейство – экстремальные копулы – создано на основе одномерных законов распределения экстремумов. В качестве примера экстремальных копул можно привести копулы Галамбоса, Гамбела и Маршалла–Олкина. В работе дальнейший анализ проводится на основе архимедовых копул и, в частности, будут рассмотрены и использованы копулы Гамбела–Хаугарда, Клейтона и Франка [15].

Архимедовы копулы [11]. Пусть существует непрерывная, строго убывающая функция $\varphi(u)$, где $u \in [0, 1]$, $\varphi^{-1}(t)$ – обратная функция к функции $\varphi(u)$. Введем новое обозначение $\varphi^{[-1]}(t)$, которое описывает псевдообратную функцию и характеризуется следующим соотношением:

$$\varphi^{[-1]}(t) = \begin{cases} \varphi^{-1}(t), & \text{для } 0 \leq t < \varphi(0) \\ 0, & \text{для } t \geq \varphi(0) \end{cases}$$

Тогда архимедовой копулой с генерирующей функцией φ называют функцию $C^n: I^n \rightarrow I$, определенную как:

$$C^n(u_1, \dots, u_n) = \varphi^{[-1]}(\varphi(u_1) + \dots + \varphi(u_n))$$

Данное отображение копулы справедливо только тогда, когда $\varphi^{-1}(t)$ вполне монотонна на $[0; \infty)$. Функция $g(t)$ называется вполне монотонной на интервале J , если она имеет на этом интервале производные всех порядков, которые меняют знак $(-1)^k g^{(k)}(t) \geq 0, \forall t \in J, \forall k = 0, 1, 2, \dots$ [15]

Плотность архимедовых копул вычисляется по следующей формуле:

$$d(u_1, \dots, u_n) = \frac{\partial^n C^n(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_n}$$

Копула Гамбела–Хаугарда. Генератор данной копулы имеет следующий вид: $\varphi(t) = (-\ln t)^\alpha$, где $\alpha \geq 1$. Обратная генерирующая функция: $\varphi^{-1}(t) = \exp(-t^{1/\alpha})$. Таким образом, копула Гамбела–Хаугарда имеет следующий вид:

$$C_\alpha^n(u_1, \dots, u_n) = \varphi^{-1}(t), \text{ где } t = \sum_{i=1}^n (-\ln u_i)^\alpha$$

Введем новые обозначения $\beta = 1/\alpha$, $x = t^{1/\alpha}$, $\varphi^{-1}(t) = e^{-x}$. Характеристический многочлен $h_n(x)$ задается рекуррентными соотношениями: $h_1(x) = x$, $h_{n+1}(x) = \beta x h'_n(x) - (\beta x + n) h_n(x)$. Тогда плотность копулы Гамбела–Хаугарда определяется следующей формулой:

$$d(u_1, \dots, u_n) = (-\alpha)^{n-1} t^{-n} e^{-x} h_n(x) \prod_{i=1}^n (u_i^{-1} (-\ln u_i)^{\alpha-1})$$

Копула Клейтона. Генерирующая функция данной копулы выглядит следующим образом: $\varphi(t) = (t^\alpha - 1)/\alpha$, где $\alpha \in [-1, \infty)$. Соответственно, обратная ей функция: $\varphi^{-1}(t) = (1+t)^{-1/\alpha}$. В случае, когда $\alpha > 0 \rightarrow \varphi(0) = \infty$ копула Клейтона является строгой и принимает вид:

$$C_\alpha^n(u_1, \dots, u_n) = (u_1^{-\alpha} + \dots + u_n^{-\alpha} + 1 - n)^{-1/\alpha}$$

Плотность выражается следующей формулой:

$$d(u_1, \dots, u_n) = \frac{\prod_{k=1}^n (\alpha k - \alpha + 1)}{(t+1)^{1/\alpha+n} (u_1 \dots u_n)^{\alpha+1}}$$

Копула Франка. Генератор имеет вид: $\varphi(u) = -\ln\left(\frac{e^{-\alpha u} - 1}{e^{-\alpha} - 1}\right)$. Обратная генерирующая функция: $\varphi^{-1}(t) = -\frac{1}{\alpha} \ln((e^{-\alpha} - 1)e^{-t} + 1)$. Таким образом, копула Франка принимает следующий вид:

$$C_\alpha^n(u_1, \dots, u_n) = \varphi^{-1}(t), \text{ где } t = \sum_{i=1}^n -\ln\left(\frac{e^{-\alpha u_i} - 1}{e^{-\alpha} - 1}\right)$$

Введем новые обозначения $\beta = e^{-\alpha} - 1$, $x = \beta(e^t + \beta)^{-1}$, $\varphi^{-1}(t) = \frac{1}{\alpha} \ln(1 - x)$. Характеристический многочлен $h_n(x)$ задается рекуррентными соотношениями: $h_1(x) = x$, $h_m(x) = (x^2 - x)h'_{m-1}(x)$. В этом случае, плотность копулы Франка определяется следующей формулой:

$$d(u_1, \dots, u_n) = \frac{\alpha^{n-1} h_n(x)}{\prod_{i=1}^n (1 - e^{\alpha u_i})}$$

Существует несколько способов оценки копулярных моделей, которые могут быть проклассифицированы по следующим категориям: параметрические, полупараметрические и непараметрические. Первый из перечисленных классов представляет собой набор методов,

основанных в первую очередь на параметризации частных распределений и копул. К данному классу относят такие базовые подходы, как метод максимального правдоподобия и Inference for Margin («от частных распределений»). Ключевое отличие между указанными подходами представлено, прежде всего, последовательностью действий. В первом случае одновременной параметризации подлежат как частные распределения, так и сама копула. Такой подход позволяет получить агрегированную информацию по всем элементам сформированной копулярной модели. Во втором случае предполагается, что параметризация будет проводиться последовательно в два этапа, где первый включает в себя оценку частных распределений, а последующий – параметризация самой копулы.

Полупараметрический подход схож с предыдущим, однако при оценке частных распределений от нас требуется взаимодействие непосредственно с эмпирическими распределениями [10]. К непараметрическому подходу оценки копулярных моделей относят методы, основанные на оценке функции распределения эмпирической копулы и ядерных оценках.

В связи с тем, что распределения финансовых переменных характеризуются смещением и более тяжелыми хвостами, чем у нормального распределения, было решено воспользоваться ассиметричным распределением Стюдента. Его плотность задается следующей формулой:

$$f(z_i; \lambda; \eta) = \begin{cases} bc \left(1 + \frac{1}{\eta-2} \left(\frac{bz+a}{1-\lambda}\right)^2\right)^{-\frac{\eta+1}{2}}, & z < -a/b \\ bc \left(1 + \frac{1}{\eta-2} \left(\frac{bz+a}{1+\lambda}\right)^2\right)^{-\frac{\eta+1}{2}}, & z \geq -a/b \end{cases}$$

$$\text{где } a = 4c\lambda \left(\frac{\eta-2}{\eta-1}\right),$$

$$b = \sqrt{1 + 3\lambda^2 - a^2},$$

$$c = \frac{\Gamma(\frac{\eta+1}{2})}{\sqrt{\pi(\eta-2)}\Gamma(\frac{\eta}{2})},$$

$2 < \eta < \infty$ – число степеней свободы (хвостовой параметр),

$-1 < \lambda < 1$ – параметр смещения,

$\Gamma(x)$ – гамма-функция.

Для полноценного моделирования одномерных распределений рядов остатков требуется рассчитать хвостовой параметр и параметр смещения. Помимо этого при непосредственном формировании копул требуется оценить их параметры. В данной работе для достижения этих целей использовались метод максимального правдоподобия и алгоритм Метрополиса со случайным блужданием.

Для создания совместного распределения при помощи копулярных моделей в данном исследовании были использованы следующие валюты: доллар США (USD), евро (EUR), фунт стерлингов (GBP), канадский доллар (CAD), австралийский доллар (AUD). Такой выбор обусловлен составом валютных резервов Центрального Банка Российской Федерации. Использовались данные о курсах валют в период с 9 января 2008 года по 20 сентября 2013 года, тем самым количество значений составило 1 436 каждой из валют.

Первичная обработка данных происходила в несколько этапов. В первую очередь было выполнено центрирование доходностей, что позволило устранить как эффект масштаба, так и возможный тренд:

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln P_t - \ln P_{t-1} \approx \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}},$$

где P_t – значение курса валюты в момент времени t .

Как правило, в финансовых показателях присутствуют авторегрессия и гетероскедастичность, что, в свою очередь, требует провести дальнейшую обработку данных. Поэтому далее был проведен подбор авторегрессионной модели первого порядка с условной гетероскедастичностью (AR(1); GARCH(1;1)). Модель AR(1) задается уравнением $r_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \varepsilon_t$, где r_t – центрированная доходность каждой из валют в момент времени t , ε_t – белый шум, не коррелируемый со значением r_{t-1} , α_i – коэффициенты модели. Модель GARCH (1;1) задается уравнением $h_t = \beta_0 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-1}^2$, где h_t – условная дисперсия в момент времени t , β_i – коэффициенты модели. Полученные оценки коэффициентов представлены в табл. 1.

В качестве последнего шага на этапе первичной обработки данных было проведено нормирование рядов остатков авторегрессии. Данное преобразование позволило

перейти к анализу случайной составляющей временных рядов валютных курсов – белому шуму. Оно было произведено в соответствии со следующим уравнением:

$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}}$$

Таким образом, в результате первичной обработки данных были устранены тренд, эффект масштаба и кластеризация наблюдений, что демонстрируют рис. 1 и 2.

Таблица 1

Коэффициенты моделей AR(1) и GARCH(1;1)

	CAD	EUR	USD	GBP	AUD
α_0	3,37E-05	-8,58E-05	-0,00021	-8,31E-05	0,00017
α_1	0,053315	0,100763	0,071889	0,020175	-0,006663
β_0	7,08E-07	1,35E-06	1,39E-06	4,96E-07	1,01E-06
β_1	0,072842	0,159432	0,109915	0,056917	0,072908
β_2	0,913642	0,809398	0,86821	0,936469	0,909915

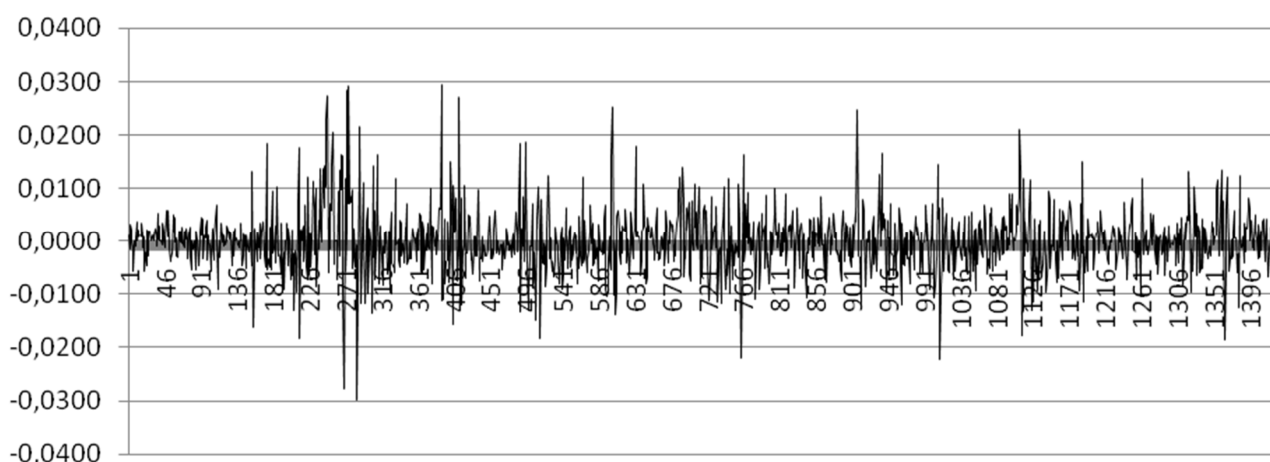


Рис. 1. Центрированная доходность евро

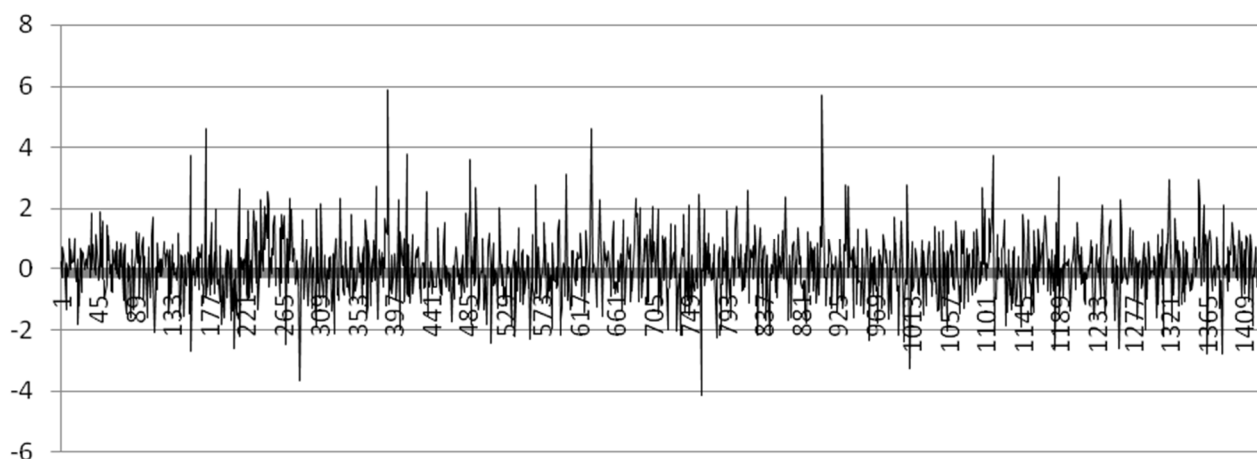


Рис. 2. Временной ряд евро после применения моделей AR(1) и GARCH(1;1)

Далее требуется сформировать копулярные модели и оценить их в соответствии с параметрическим подходом, поэтому первоначально требуется смоделировать одномерные распределения рядов остатков на основе асимметричного распределения Стьюдента. Расчет хвостового параметра и параметра смещения производился методом максимального правдоподобия (далее – ММП), а затем оценки улучшались при помощи алгоритма Метрополиса со случайным блужданием. Результаты представлены, соответственно, в табл. 2 и 3.

Таблица 2

Оценки параметров одномерных распределений (ММП)

	CAD	EUR	USD	GBP	AUD
η	6,9	5,1	5,8	5,7	9,2
λ	0,031	0,061	0,061	-0,019	-0,029

Таблица 3

Оценки параметров одномерных распределений (метод Метрополиса–Гастингса)

	CAD	EUR	USD	GBP	AUD
η	6,892	5,148	5,831	5,746	8,965
λ	0,032	0,06	0,059	-0,016	-0,024

Перед тем как приступить к процедуре оценивания копулярных моделей, требуется сгенерировать ряды данных $u_1, \dots, u_5$, имеющих асимметричное распределение Стьюдента. При выполнении этой процедуры были использованы хвостовые параметры и параметры смещения для каждой из валют, найденные методом Метрополиса–Гастингса.

При выполнении алгоритма оценивания параметра α методом максимального правдоподобия, в качестве начального значения брались $\alpha = 0$ для копул Клейтона и Франка, $\alpha = 1$ для копулы Гамбела–Хаугарда, тем самым было учтено ограничение $\alpha \geq 1$. Для упрощения расчетов было решено максимизировать не функцию правдоподобия, а ее логарифм. Данное преобразование является монотонным, поэтому максимум, как в первом, так и во втором случаях, будет достигаться при том же значении параметра α , тем самым не искажая требуемый результат. Помимо этого в качестве альтернативы применялся байесовский подход с использованием алгоритма Метрополиса–Гастингса. Вычисленные значения параметра α представлены в табл. 4.

На заключительном этапе от нас требуется произвести оценку полученных моделей и выбрать наиболее соответствующую для формирования совместного распределения рассматриваемых валют и генерирования их прогнозных значений. Выбор будет осуществляться на основе теста Колмогорова–Смирнова, который предполагает проверку принадлежности эмпирического распределения к известному закону распределения, представленного выборочной функцией распределения:

$$H_0: F_{\text{эмп}}(x) = F_{\text{выб}}(x).$$

Принятие нулевой гипотезы происходит в случае, когда $D_n < D_\alpha$. При уровне значимости $\alpha = 0,01$ критическое значение $D_\alpha = 0,06085$. Статистика критерия для эмпирической функции распределения $F_{\text{эмп}}(x)$ была рассчитана в программной среде R для каждой из полученных моделей (табл. 5).

Таблица 4

Оценки параметров копул

Метод	Клейтона	Франка	Гамбела–Хаугарда
ММП	0,408	1,954	1,266
Байесовский	1,35	1,901	1,79

Таблица 5

Тест Колмогорова–Смирнова

Оценки	ММП			Байесовские		
	Клейтона	Франка	Гамбела–Хаугарда	Клейтона	Франка	Гамбела–Хаугарда
D_n	0,0564	0,1366	0,1505	0,2272	0,1408	0,1268
P	0,02067	4,73E-12	1,52E-14	2,20E-16	8,95E-13	1,89E-10

Из значений табл. 5 видно, что нулевая гипотеза отклоняется в большинстве случаев, так как $D_n > D_\alpha$. Только для оценок, полученных ММП, копулы Клейтона $D_n < D_\alpha$, что свидетельствует о принадлежности рассматриваемого распределения к исходной функции распределения – нулевая гипотеза принимается. Помимо этого, следует заметить, что для выбранной модели было получено наибольшее значение $P = 0,02067$.

На основе копулы Клейтона оцененной методом максимального правдоподобия были сгенерированы выборки валют, состоящих из 30 наблюдений. Данный объем соответствует прогнозируемому интервалу 21 сентября – 1 ноября 2013 года. На их основе, путем обратного пересчета, с использованием ранее рассчитанных моделей AR(1) и GARCH(1;1) были получены прогнозные значения валют и сравнены с реальными за обозначенный период. Среднеквадратические ошибки прогноза приведены в табл. 6.

Таблица 6

Среднеквадратические ошибки прогноза

	CAD	EUR	USD	GBP	AUD
σ	0,299	1,2	0,384	1,921	0,595

Из данных табл. 6 следует, что наиболее приемлемый прогноз был получен для канадского доллара, американского доллара и австралийского доллара. В то же время для евро и фунта стерлингов значения ошибок оказались намного выше – 1,2 и 1,921. Графики прогнозных значений канадского доллара и фунта представлены на рис. 3 и 4.

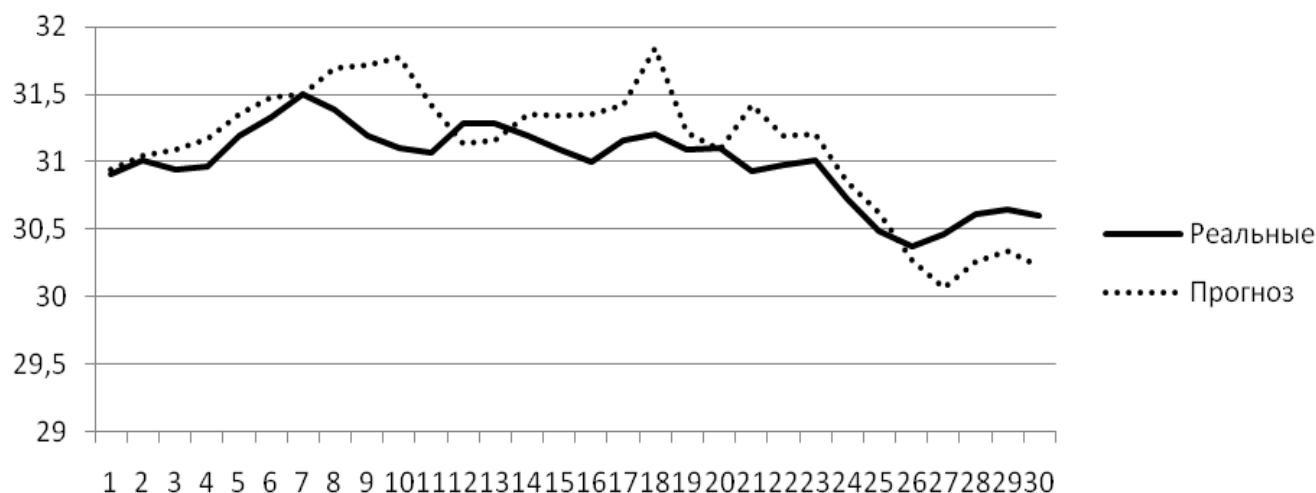


Рис. 3. Значения канадского доллара (CAD)

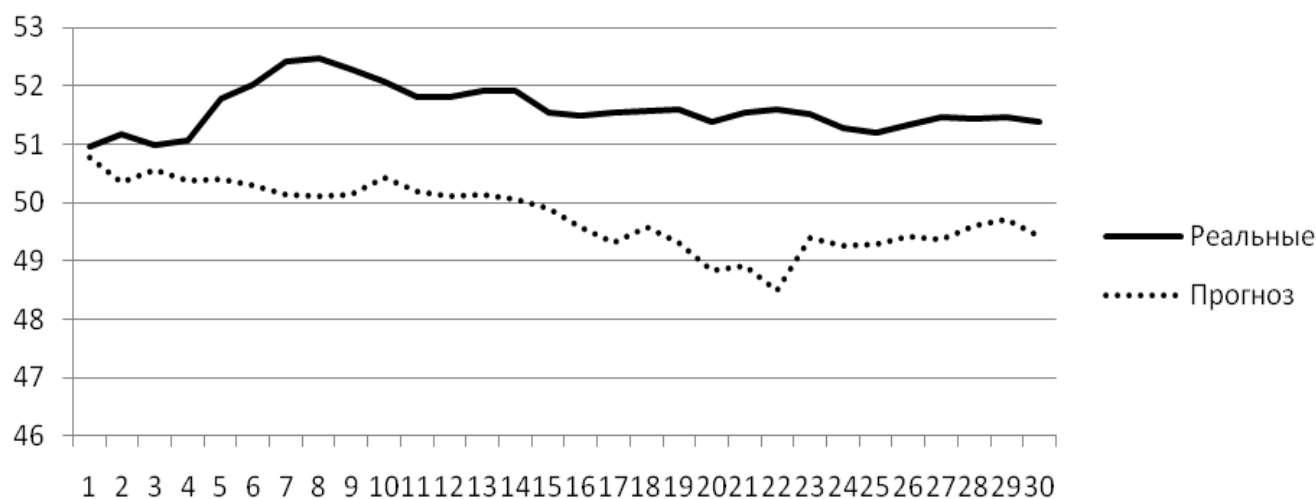


Рис. 4. Значения британского фунта (GBP)

Заключение

Использование стандартных показателей линейной взаимосвязи и нормального распределения при решении задач оптимизации часто сопровождается рядом недостатков. В связи с этим в последнее время набирают популярность копулярные модели, позволяющие сформировать совместные распределения случайных величин.

В данной работе формировались копулярные модели на основе курсов валют. Параметры копул оценивались методом максимального правдоподобия и байесовским методом

с использованием алгоритма Метрополиса–Гастингса. Выбор одной из полученных моделей производился при помощи теста Колмогорова–Смирнова. По его результатам наилучшей моделью стала копула Клейтона с параметром, оцененным ММП. Остальные копулы тест не прошли. Наилучший прогноз был получен для канадского доллара, а наихудший для британского фунта. В целом, в рамках используемых инструментов был получен приемлемый результат, и одним из способов его улучшения может стать использование других типов копулярных моделей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Маркина И. А., Переверзев Е. В. Оценка рисков при внутрикорпоративных расчетах // Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса. 2013. № 4 (25). С. 38–41.
2. Трифонов Д. А. К вопросу о сущности и способах управления рисками банковского портфеля // Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса. 2011. № 1 (14). С. 168–176.
3. Пенюкас Г. И. Модели «копула» в управлении валютным риском банка // Прикладная эконометрика. 2010. № 8. С. 62–87.
4. Жура С. Е., Смирнова И. Г. Управление развитием систем с использованием методов прогнозирования // Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса. 2012. № 3 (20). С. 202–206.
5. Carol Alexander, Jacques Pezier on the Aggregation of Firm-Wide Market and Credit Risks. [Электронный ресурс]. URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=478381 (дата обращения: 18.10.2015).
6. Andrew Ang, Joseph Chen, Yuhang Xing Downside Correlation and Expected Stock Returns [Электронный ресурс]. URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=282986 (дата обращения: 23.10.2015)

7. Eric Jondeau Asymmetry in Tail Dependence in Equity Portfolios [Электронный ресурс]. URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2458035 – Загл. экрана (дата обращения: 25.10.2015).
8. Frees E., Valdez E. Understanding Relationships Using Copulas // North American Actuarial Journal. 1998. Vol. 2. № 1. P. 1–25.
9. Optimal Dynamic Hedging Via Copula-Threshold-GARCH Models / Lai Y. et al. // Math. Computation and Simulation. 2009. № 79. P. 2609–2624.
10. Пеникас Г. И. Модели «копула» в приложении к задачам финансов // Журнал новой экономической ассоциации. 2010. № 7. С. 24–46.
11. Фантазини Д. Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. I // Прикладная эконометрика. 2011. № 22. С. 98–134.
12. Благовещенский Ю. Н. Основные элементы теории копул // Прикладная эконометрика. 2012. № 26. С. 113–130.
13. Komornikova M., Komornikov J. A Copula-based Approach to the Analysis of the Returns of Exchange Rates to EUR of the Visegrad Countries // Acta Polytechnica Hungarica. 2010. Vol. 7. № 3. P. 79–91.
14. Gronneberg S., Hjort N. L. The Copula Information Criterion // Statistical Research Report. 2008. № 7.
15. Плотности архимедовых копул и их приложения для прогнозирования курсов валют / Р. К. Ахунжанов, Н. Н. Кангина, А. Г. Князев и др. // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2014. № 26. С. 10–22.

REFERENCES

1. Markina I. A., Pereversev E. V. Risk assessment for the intra-corporation calculations // Business. Education. Law. Bulletin of Volgograd Business Institute. 2013. No. 4 (25). P. 38–41.
2. Trifonov D. A. The question of the essence and methods of risk management of banking portfolio // Business. Education. Law. Bulletin of Volgograd Business Institute. 2011. No.1 (14). P. 168–176.
3. Penikas G. I. Foreign currency risk management of the bank by Copula-Models // Applied Econometrics. 2010. No. 8. P. 62–87.
4. Jura S. E., Smirnova I. G. Management of the systems development using the forecasting methods // Business. Education. Law. Bulletin of Volgograd Business Institute. 2012. No. 3 (20). P. 202–206.
5. Carol Alexander, Jacques Pezier on the Aggregation of Firm -Wide Market and Credit Risks. [Electronic resource]. URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=478381 (date of viewing: 18.10.2015).
6. A Andrew Ang, Joseph Chen, Yuhang Xing Downside Correlation and Expected Stock Returns [Electronic resource]. URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=282986 (date of viewing: 23.10.2015)
7. Eric Jondeau Asymmetry in Tail Dependence in Equity Portfolios [Electronic resource]. URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2458035 (date of viewing: 25.10.2015).
8. Frees E., Valdez E. Understanding Relationships Using Copulas // North American Actuarial Journal. 1998. Vol. 2. No. 1. P. 1–25.
9. Optimal Dynamic Hedging Via Copula-Threshold-GARCH Models / Y. Lai et al. // Math. Computation and Simulation. 2009. No. 79. P. 2609–2624.
10. Penikas G. I. Financial Applications of Copula-Models // The Journal of New Economic Association. 2010. No. 7. P. 24–46.
11. Fantazzini D. Analysis of multidimensional probability distributions with copula functions. I. // Applied Econometrics. 2011. No. 22. P. 98–134.
12. Blagoveschensky Y. N. Basics of Copula's Theory // Applied Econometrics. 2012. No. 26. P. 113–130.
13. Komornikova M., Komornikov J. A Copula-based Approach to the Analysis of the Returns of Exchange Rates to EUR of the Visegrad Countries // Acta Polytechnica Hungarica. 2010. Vol. 7. No. 3. P. 79–91.
14. Gronneberg S., Hjort N. L. The Copula Information Criterion // Statistical Research Report. 2008. No. 7.
15. The Density of Archimedean Copulas and Their Application for Currency Rate Forecasting / R. K. Akhunzhanov, N. N. Kangina, A. Knyazev G. et al. // Caspian Journal: Management and High Technologies. 2014. No. 26. P. 10–22.

Как цитировать статью: Антонов И. Н. Прогнозирование курсов валют на основе копулярных моделей // Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса. 2016. № 1 (34). С. 158–164.

For citation: Antonov I. N. Forecasting currency rate by copula-models // Business. Education. Law. Bulletin of Volgograd Business Institute. 2016. No. 1 (34). P. 158–164.