

9. *Information Agency "AK & M"*. (In Russ.) URL: <https://www.akm.ru>.
10. *Federal State Statistics Service*. (In Russ.) URL: <http://www.gks.ru>.
11. *M & A market in Russia in 2020*. (In Russ.) URL: <https://www.tadviser.ru/images/4/43/Ru-ru-ma-survey-2020-fin.pdf>.
12. Katalina M. Yu. Global and Russian M & A markets analysis: trends, drivers, deal success. *Vestnik Universiteta*, 2020, no. 9. (In Russ.) URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-globalnogo-i-rossiyskogo-rynkov-sliyanii-i-pogloscheniy-trendy-dvizhuschie-factory-effektivnost-sdelok>.
13. Korolev V. D. Algorithm and consequences of mergers and acquisitions. *RGUU Bulletin. Series "Economics. Management. Law"*, 2007, no. 11. (In Russ.) URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/algorithm-i-posledstviya-sliyanii-i-pogloscheniy-1>.
14. Botalova V. V. Theoretical foundations of mergers and acquisitions in Russia and abroad. *Russian entrepreneurship*, 2013, no. 10. (In Russ.) URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/teoreticheskie-osnovy-sliyaniya-i-pogloscheniya-v-rossii-i-za-rubezhom>.
15. Kazak A. G. Acquisitions and mergers in modern economy. *Problemy nauki*, 2014, no. 11. (In Russ.) URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/pogloscheniya-i-sliyaniya-v-sovremennoy-ekonomike>.

Статья поступила в редакцию 03.01.2022; одобрена после рецензирования 09.01.2022; принята к публикации 16.01.2022.
The article was submitted 03.01.2022; approved after reviewing 09.01.2022; accepted for publication 16.01.2022.

Научная статья
УДК 330.11.4:330.3
DOI: 10.25683/VOLBI.2022.58.139

Sergei Borisovich Kuznetsov
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor, Associate Professor of the Department
of Computer Science and Mathematics,
Siberian Institute of Management —
branch of the Russian Presidential Academy
of National Economy and Public Administration
Novosibirsk, Russian Federation
sbk@ngs.ru

Evgenii Vyacheslavovich Kuligin
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor of the Department
of Computer Science and Mathematics,
Siberian Institute of Management —
branch of the Russian Presidential Academy
of National Economy and Public Administration
Novosibirsk, Russian Federation,
kev49@mail.ru

Сергей Борисович Кузнецов
канд. физ.-мат. наук, доцент,
доцент кафедры информатики и математики,
Сибирский институт управления —
филиал Российской академии
народного хозяйства
и государственной службы
Новосибирск, Российская Федерация
sbk@ngs.ru

Евгений Вячеславович Кулигин
канд. физ.-мат. наук,
доцент кафедры информатики и математики,
Сибирский институт управления —
филиал Российской академии
народного хозяйства
и государственной службы
Новосибирск, Российская Федерация
kev49@mail.ru

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ В ОСНОВНЫХ ФАКТОРАХ ПРОИЗВОДСТВА

08.00.13 — Математические и инструментальные методы экономики

Аннотация. Нашей задачей является нахождение условий возникновения плоской волны в основных факторах производства. Математический аппарат векторного анализа является главным инструментом изучения поведения факторов производства. Системный анализ изменения пристонов факторов производства и научно-абстрактный метод при векторном анализе развития экономики использовались при получении основных результатов. Дифференциальное уравнение, описывающее возникновение плоской волны в развитии факторов производства, было получено в более ранних работах. На базе этого уравнения удалось получить условия появления плоской волны, в предположении потенциальности поля инвестиций и справедливости свойства пропорциональности относительно скорости изменения факторов производства. Плоская волна в раз-

витии факторов производства возникает при параллельности векторов волнового числа и скорости обновления факторов производства. Другим условием возникновения плоской волны является выполнение условия: круговая частота представляет собой половину скалярного произведения векторов волнового числа и скорости обновления факторов производства. При стационарном развитии факторов производства и условии отсутствия вихря найдена зависимость поведения модуля скорости изменения факторов производства от размера экономики. Математический аппарат, предложенный в работе, дает возможность определения объема государственного финансирования, а также позволяет находить пропорции, в которых требуется финансирование основных факторов производства. Резкое изменение пропорций инвестирования в факторы производства приведет к появлению

вихря, что может привести к неустойчивости в экономическом развитии. Применение этого аппарата позволяет моделировать результаты инвестирования в основные факторы производства и представляет практическую значимость работы.

Для цитирования: Кузнецов С. Б., Кулигин Е. В. Возникновение плоской волны в основных факторах производства // Бизнес. Образование. Право. 2022. № 1 (58). С. 82—89. DOI: 10.25683/VOLBI.2022.58.139.

Original article

OCCURRENCE OF A PLANE WAVE IN THE MAIN FACTORS OF PRODUCTION

08.00.13 — Mathematical and instrumental controls of economics

Abstract. Our task is to find the conditions for the occurrence of a plane wave in the main factors of production. The mathematical apparatus of vector analysis is the main tool for studying the behavior of production factors. A systematic analysis of changes in the growth of factors of production and a scientific-abstract method in the vector analysis of economic development were used to obtain the main results. The differential equation describing the occurrence of a plane wave in the development of factors of production was obtained in earlier works. On the basis of this equation, it was possible to obtain the conditions for the appearance of a plane wave, under the assumption of the potentiality of the investment field and the validity of the property of proportionality with respect to the rate of change of factors of production. A plane wave in the development of production factors arises when the vectors of the wave number and the rate of renewal of production factors are parallel. Another condition for the occurrence of a plane wave is the fulfillment of the condition: the angular frequency is half of the

scalar product of the vectors of the wave number and the rate of renewal of production factors. Under a stationary development of the factors of production and the condition of no vortex, the dependence of the behavior of the modulus of the rate of change of the factors of production on the size of the economy is found. The mathematical apparatus proposed in the work makes it possible to determine the amount of government funding, and also allows you to find the proportions in which funding of the main factors of production is required. A sharp change in the proportions of investment in factors of production will lead to the emergence of a vortex, which can lead to instability in economic development. The use of this apparatus allows you to simulate the results of investment in the main factors of production and represents the practical significance of the work.

Keywords: cyclicity of the economy, factors of production, flat wave, dynamic rotor, field potentiality, proportionality property, phase front, investment potentiality, wave number, vortex, circular frequency

For citation: Kuznetsov S. B., Kuligin E. V. Occurrence of a plane wave in the main factors of production. *Business. Education. Law*, 2022, no. 1, pp. 82—89. DOI: 10.25683/VOLBI.2022.58.138.

Введение

Актуальность. Вопросы моделирования развития факторов производства необходимы для своевременного принятия инвестиционных решений, как в бизнесе, так и на уровне государства. Конечным результатом такого моделирования является создание набора инструментов экономической политики. Верифицированные модели, используемые для принятия решений в экономической политике страны, являются актуальной необходимостью.

Изученность проблемы. Экономические колебания, которые возникают в государственном развитии, объясняются по-разному. Например, Д. Риккардо и Ж. Б. Сэй [1] отрицали само существование кризисов в экономике. Частичные кризисы, по их утверждению, являются результатом нарушения пропорций между отраслями экономики. Эти нарушения исчезают под влиянием развития рыночной экономики.

Дж. Кейнс и Э. Хансен [2—3] объясняли кризисы перепроизводства слабой склонностью населения к потреблению. Поэтому они считали, что основным условием выхода из кризиса является стимулирование совокупного спроса.

Большая группа ученых определяет причину цикличности в экономике недостатками кредитно-денежной системы. Так, Хесус Уэрта де Сото [4] утверждает, что практика банковской политики частичного резервирования депозитов до востребования запускает кредитную экспансию.

В экономике возникают ничем необеспеченные деньги, которые удлиняют цепочку производства и создают экономический рост, но повышают цены на блага. При достижении предела резервирования граждане начинают забирать депозиты из банков, что приводит к сжатию кредита, а далее — к рецессии. Согласно «эффекту Риккардо», рост безработицы создает рост сбережений, которые выводят экономику из кризиса [5].

На быстрое распространение кризисных явлений влияют процессы развития глобализации. Множество случайных факторов определяют скорость погружения в кризис и широту охвата отраслей экономики [6]. Общей теории влияния процессов глобализации на цикличность экономики в настоящее время нет.

Существуют четыре основные разновидности экономических циклов: краткосрочные с периодом 3—4 года циклы Китчина, среднесрочные с периодом 6—11 лет циклы Жюгляра, с периодом 15—25 лет циклы Кузнецова, долгосрочные с периодом 50—60 лет волны Кондратьева. Краткосрочные циклы определяются ожиданием экономического роста. Предприниматели создают большие складские запасы товарно-материальных ценностей, в то время как такой необходимости нет. В результате происходит превышение предложения над реальной потребностью. Это приводит к тому, что спрос на инвестиции падает, замедляется рост экономики [7].

К. Жугляр дополнил модель Китчина временными задержками при принятии инвестиционных решений и временным лагом создание производственных мощностей [8].

Циклы Кузнецца являются следствием инфраструктурных и технологических изменений. Массовое обновление технологий служит базой циклического развития, которая приводит к росту экономики. Ценовые циклы на недвижимость также определяются циклом Кузнецца [9].

Н. Д. Кондратьев в 1922—1928 гг. обнаружил и изучил 50—60-летние циклы цен и всего производства, которые возникают в развитии экономики [10]. Эти длинные волны определяются сменой технологических основ производства. Й. Шумпетер [11] показал связь кондратьевских волн со своей теорией инноваций.

Р. Эллиотт выдвинул предположение, что циклы, которые возникают на товарных и финансовых рынках, при определенных условиях являются плоскими волнами [12].

В работе [13] указывается, что в современной экономике циклы Китчина и Жюгяра не проявляются, а волны Кондратьева идеально описывают процессы глобализации мировой экономики.

Традиционными моделями, описывающими поведение экономического цикла, являются: модель Самуэльсона — Хикса [14], модель AD-AS [2] и модель реального делового цикла [8].

Одним из современных направлений является разработка стохастических моделей экономического роста [15]. Недостатком большинства моделей является то, что исследуемые экономические показатели, как правило, показывали тенденцию к росту. В работе [16] была получена возможность смены тенденций поведения показателей, т. е. эти модели способны моделировать циклические явления.

Научная новизна. Получена зависимость прироста факторов производства от их объема при стационарном развитии и условии отсутствия вихря. Найден условия возникновения плоской волны в развитии факторов производства.

Теоретическая и практическая значимость. На основе статистических данных был проведен ряд расчетов для стран Евросоюза. Модель показала хорошие результаты и может быть использована как еще один инструмент прогноза развития экономики.

Методология. Найдем условия, при которых возникает плоская волна в развитии основных факторов производства. Пусть экономика обладает некоторым объемом физического капитала K , природных ресурсов H и трудовых ресурсов L . Вектор $\vec{r} = (L, K, H)$ является вектором основных факторов производства, определенным в момент времени t . Скорость обновления факторов

$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}(\vec{r}, t) = (v_L, v_K, v_H)$ представляет собой первую производную этого вектора по времени или, в дискретном понимании модели, годовой (квартальный, месячный) прирост факторов. Пусть \vec{I} — объем инвестиций, которые направлены на развитие факторов производства. Аналогично производная по времени от инвестиций определяет скорость изменения инвестиций $\vec{j} = \frac{d\vec{I}}{dt}$ или годовое (квартальное, месячное) изменение инвестирования.

При нарушении пропорций инвестирования основных факторов производства возникают диспропорции, отражающиеся на поведении вектора прироста этих факторов.

Поэтому в поступательном развитии основных факторов производства возникает инвестиционный импульс, приводящий к своеобразному «закручиванию» вектора прироста. Кроме того, взаимовлияние основных факторов производства является еще одной причиной возникновения вихря (ротора) [17]. Под вихрем (ротором) будем понимать вращательную составляющую поля скоростей развития факторов производства, как его определил в XVII в. Р. Декарт.

Таким образом, вектор развития факторов производства состоит из суммы векторов поступательного развития $\vec{v}_0(\vec{r}, t)$ и вихревого развития $\vec{\omega}(\vec{r}, t)\vec{r}$, т. е. $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega}\vec{r}$, где $\vec{a} \times \vec{b}$ — векторное произведение.

Рассмотрим уравнение изменения основных факторов производства, полученное в работе [18, с. 75—76]:

$$\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \frac{\partial |\vec{v}|}{\partial t} + \text{grad} \left(\frac{|\vec{v}|^2}{2} \right) + (\text{ROT}(\vec{v}) \times \vec{v}) = \vec{j}. \quad (1)$$

где $\text{grad}(\varphi) = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial L}, \frac{\partial \varphi}{\partial K}, \frac{\partial \varphi}{\partial H} \right)$,

$$\text{ROT}_L(\vec{v}) = \left(\frac{\partial v_K}{\partial L} + \frac{v_L}{|\vec{v}|^2} \frac{\partial v_K}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial v_L}{\partial K} + \frac{v_K}{|\vec{v}|^2} \frac{\partial v_L}{\partial t} \right),$$

$$\text{ROT}_K(\vec{v}) = \left(\frac{\partial v_L}{\partial L} + \frac{v_L}{|\vec{v}|^2} \frac{\partial v_L}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial v_L}{\partial L} + \frac{v_L}{|\vec{v}|^2} \frac{\partial v_L}{\partial t} \right),$$

$$\text{ROT}_L(\vec{r}) = \left(\frac{\partial F_L}{\partial K} + \frac{v_K}{|\vec{v}|^2} \frac{\partial F_L}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial F_K}{\partial L} + \frac{v_L}{|\vec{v}|^2} \frac{\partial F_K}{\partial t} \right).$$

Плоская волна в комплексном виде:

$$\vec{v} = \vec{a} e^{if},$$

где $\vec{a} = (a_L, a_K, a_H)$ — вектор амплитуды волны;

i — мнимая единица; $\vec{v} = (v_L, v_K, v_H)$ — скорость обновления факторов; θ — круговая частота $f = \vec{k} \cdot \vec{r} - \theta t$;

$\vec{k} = (k_L, k_K, k_H)$ — вектор волнового числа.

Для изучаемого аргумента в представлении плоской волны зафиксируем значение фазы $f = \vec{k} \cdot \vec{r} - \theta t$, где скалярное произведение векторов имеет вид $\vec{k} \cdot \vec{r} = k_L L + k_K K + k_H H = \text{const}$. Полученное соотношение определяет плоскость в трехмерном пространстве.

«Поверхность, на которой в данный момент времени волна имеет одну и ту же фазу, называют фазовым фронтом, или фазовой поверхностью... Волновым вектором является такой вектор, длина которого численно равна волновому числу $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$, а направление совпадает с направлением фазовой нормали. Число λ — длина волны. Волна, у которой фазовый фронт представляет собой плоскость, называется плоской волной» [19, с. 43].

Сформулируем понятия потенциальности и пропорциональности некоторого экономического векторного показателя, как это делается в векторном анализе.

Если вектор экономического показателя $\vec{F}(\vec{r}, t)$ представим как градиент некоторой скалярной функции $\Phi(\vec{r}, t)$, то поле показателя $\vec{F}(\vec{r}, t)$ называется *потенциальным* и для него выполняется равенство

$$\bar{F}(\bar{r}, t) = \text{grad}(\Phi(\bar{r}, t))$$

Векторный показатель $\bar{F}(\bar{r}, t)$ имеет свойство пропорциональности по отношению к скорости факторов производства, если отношение компонент скоростей показателя $\bar{F}(\bar{r}, t)$ совпадает с отношением скоростей развития факторов производства:

$$\frac{v_K}{v_I} = \frac{\frac{\partial F_K}{\partial t}}{\frac{\partial F_I}{\partial t}}, \quad \frac{v_K}{v_L} = \frac{\frac{\partial F_K}{\partial t}}{\frac{\partial F_L}{\partial t}}, \quad \frac{v_L}{v_I} = \frac{\frac{\partial F_L}{\partial t}}{\frac{\partial F_I}{\partial t}}$$

В работе [18, с. 77—79] доказано, что плоская волна появляется из условия параллельности любых двух векторов из $\bar{\omega}$, \bar{k} , \bar{a} или их линейной зависимости.

Плоская волна является одним из решений уравнения (1), поэтому можно сделать заключение, что при определенных условиях в развитии экономики это уравнение является моделью экономического цикла. Моделируя параметры $\bar{\omega}$, \bar{k} , \bar{a} , имеем возможность получать краткосрочные, среднесрочные и длинные циклы в экономике.

Основная часть

Связь между потенциальностью инвестиций и стационарным развитием факторов производства

Основываясь на результатах работ [17—18], получим условия возникновения плоской волны вне зависимости от поведения вихревой составляющей вектора прироста факторов производства.

В работе [17, с. 147—148] было доказано утверждение.

Утверждение 1. При стационарном развитии факторов производства, а также при условии отсутствия вихря и потенциальности инвестиций ($\bar{I} = \text{grad}U$) на всех линиях развития имеет место равенство

$$\frac{dU}{dt} - \frac{|\bar{v}|^2}{2} = \text{const.}$$

Рассмотрим потенциал инвестиций в виде $U = \frac{1}{2} \frac{d|\bar{r}|^2}{dt}$.

После небольших преобразований получим

$$U = Lv_L + Kv_K + Hv_H$$

и, соответственно, $\bar{I} = \text{grad}U$.

Получили, что потенциальность инвестиций не является критическим ограничением для описания реальных процессов.

Следствие. Пусть потенциал инвестиций имеет вид $U = \frac{1}{2} \frac{d|\bar{r}|^2}{dt}$. При стационарном развитии факторов производства и условии отсутствия вихря характер поведения модуля скорости изменения факторов производства имеет вид

$$|\bar{v}| = \sqrt{c_1 - \frac{c_2}{|\bar{r}|}}, \quad (2)$$

причем константы $c_i > 0$, $i = 1, 2$.

Доказательство. Уравнение $\frac{dU}{dt} - \frac{|\bar{v}|^2}{2} = \text{const}$ можно переписать в виде $yy'' + \frac{1}{2}(y')^2 = c_1$, где $y = |\bar{r}|$, $c_1 = \text{const}$.

Введем обозначение $u = |\bar{v}|$ и после небольших преобразований получим $uy \frac{du}{dy} - \frac{c_1 - u^2}{2} = 0$. Полученное уравнение решается методом разделения переменных $|\bar{v}| = \sqrt{c_1 - \frac{c_2}{|\bar{r}|}}$, где c_1, c_2 — положительные константы.

Константа c_1 прямо пропорциональна объему инвестиций, вкладываемых в экономику.

Анализ последней формулы показывает, что для небольших экономик при малом объеме инвестиций могут получиться комплексные корни. Это означает возможность возникновения колебательных явлений в развитии экономики. При росте объема инвестиций колебания будут затухающими, а далее начнется стабильный прирост факторов производства.

Для крупных экономик величина $\frac{c_2}{|\bar{r}|}$ является достаточно малой, поэтому даже небольшие объемы инвестиций приводят к началу роста факторов производства.

Моделирование поведения модуля прироста факторов производства России, Австрии и Бельгии

В качестве иллюстрации полученного следствия сравним поведение (2) и реального изменения модуля прироста факторов производства на примере Австрии, Бельгии и России. Статистические данные для Австрии и Бельгии взяты с сайта Евростат (<http://epp.eurostat.ec.europa.eu>) и представлены в безразмерных единицах, нормированных относительно 2011 г. Для расчетов по анализу экономики России использовались данные с сайта Федеральной службы государственной статистики (<http://www.gks.ru>) и нормировались относительно 2011 г. Ось абсцисс является временной осью, на оси ординат представлены изменения модуля прироста факторов производства и его приближения. Согласно следствию, приближение работает при стационарном развитии факторов производства и условии отсутствия вихря. Другими словами, экономике Австрии нужно рассматривать вне кризисных проявлений. Рассмотрен временной участок с 2012 по 2019 г.

На рис. 1 представлен период поступательного развития экономики. При расчетах использовался метод наименьших квадратов, примененный к линеаризованному уравнению для $|\bar{v}|^2$. Все переменные обезразмерены к значениям 2011 г.

При расчетах получены следующие значения для коэффициентов c_i в формуле (2): $c_1 = 0,0088$, $c_2 = 0,0083$. Значение коэффициента Фишера для линейной модели составило 11,5, что соответствует доверительному интервалу менее 1,5 %.

Для Бельгии временной участок соответствует 2012 г. по 2020 г. Отклонение показателей друг от друга сравнимо с Австрией: $c_1 = 0,0097$, $c_2 = 0,0096$. Значение коэффициента Фишера для линейной модели составило 5,01, что соответствует доверительному интервалу 6,02 % (рис. 2).

Основные факторы производства экономики России обладали заметной вихревой составляющей, что отражалась во взлетах и падениях модуля прироста в период с 2013 по 2018 г. (рис. 3).

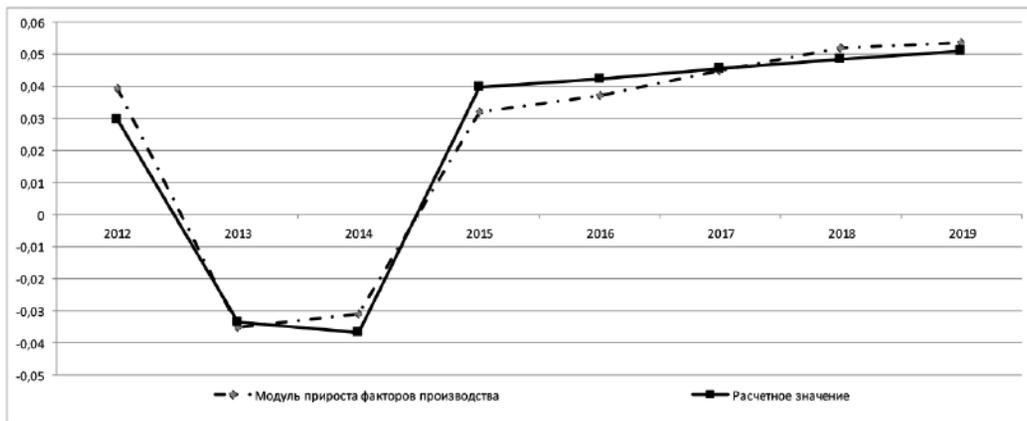


Рис. 1. Моделирование модуля прироста факторов производства Австрии

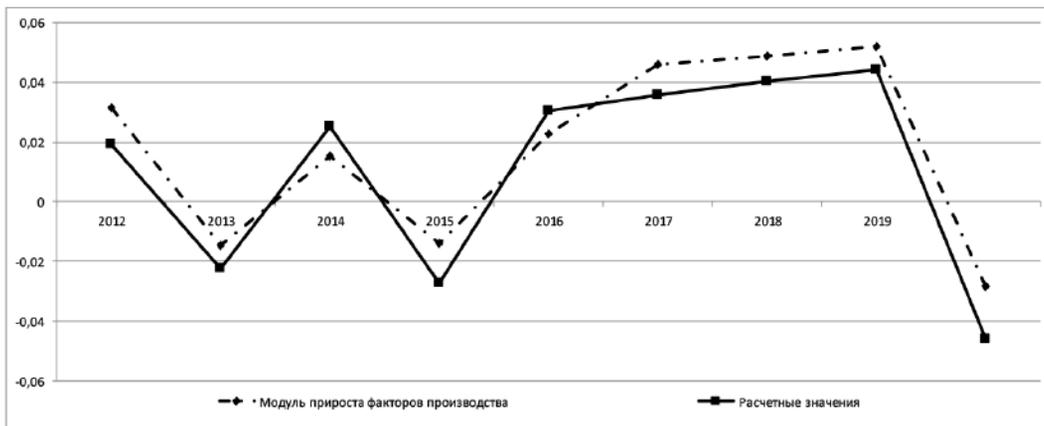


Рис. 2. Моделирование модуля прироста факторов производства Бельгии

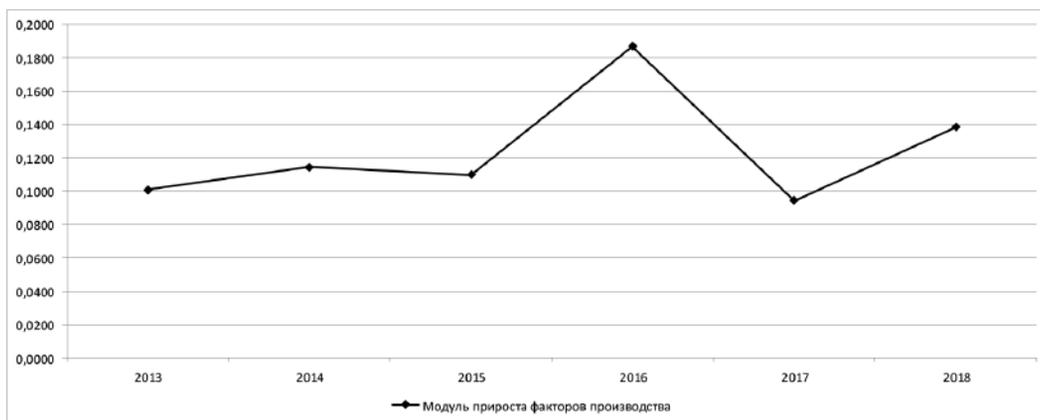


Рис. 3. Поведение модуля прироста факторов производства России

Стабильный прирост факторов производства с минимальной вихревой составляющей наблюдается только в период с 2013 по 2015 г.

Из следствия можно заключить, что экономики с большим объемом возобновляемых факторов производства не могут достигать больших (относительно уже имеющихся размеров экономики) скоростей развития.

И наоборот: с увеличением объема факторов производства темпы развития экономики (опять же относительно уже достигнутых размеров) уменьшаются, что показало поведение экономик «азиатских тигров». Прирост факторов производства ограничен сверху, т. е. $|\bar{v}| < \sqrt{c_1}$.

Если предположить, что объем факторов производства не меняется год от года, то после нормирования $|\bar{r}| = 1$ и прирост $|\bar{v}|$ будет нулевой. В этом случае в формуле (2) параметры должны совпадать ($c_1 = c_2$), и это подтверждают расчеты.

Условия возникновения плоской волны

В работе [17, с. 148—150] было доказано утверждение.
Утверждение 2. Рассмотрим произвольное поле скоростей факторов производства, в частности вихревое. Предположим потенциальность поля инвестиций и также обладание свойством пропорциональности относительно

скорости изменения факторов производства, тогда поведение вихря $\bar{\Omega}$ определяется из дифференциального уравнения

$$\frac{d\bar{\Omega}}{dt} + \bar{\Omega}DIV(\bar{v}) - (\bar{\Omega} \cdot \nabla_i)\bar{v} = -|\bar{v}| \frac{\partial|\bar{v}|}{\partial t} ROT\left(\frac{\bar{v}}{|\bar{v}|^2}\right), \quad (3)$$

где $ROT(\bar{v}) = \bar{\Omega}$,

$$DIV(\bar{v}(\bar{r}, t)) = \frac{\partial v_L}{\partial L} + \frac{\partial v_K}{\partial K} + \frac{\partial v_I}{\partial I} + \frac{v_L}{|\bar{v}|^2} \frac{\partial v_L}{\partial t} + \frac{v_K}{|\bar{v}|^2} \frac{\partial v_K}{\partial t} + \frac{v_I}{|\bar{v}|^2} \frac{\partial v_I}{\partial t},$$

$$(\bar{\Omega} \cdot \nabla_i)\bar{v} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \Omega_L \frac{\partial \bar{v}}{\partial L} + \Omega_K \frac{\partial \bar{v}}{\partial K} + \Omega_I \frac{\partial \bar{v}}{\partial I}.$$

Найдем условия, при которых плоская волна будет решением системы уравнений (3). Решение уравнения ищем в комплексной форме:

$$\bar{v} = \bar{a}e^{if}. \quad (4)$$

После подстановки равенства (4) в слагаемые левой части равенства (3) имеем:

$$\bar{\Omega} = ROT(\bar{v}) = (\bar{k} \times \bar{v})i, \quad \frac{d\bar{\Omega}}{dt} = (\bar{k} \times \bar{v})(\theta - \bar{k} \cdot \bar{v}),$$

$$\bar{\Omega}DIV(\bar{v}) = (\bar{k} \times \bar{v})(\theta - \bar{k} \cdot \bar{v}), \quad |\bar{v}| \frac{\partial|\bar{v}|}{\partial t} ROT\left(\frac{\bar{v}}{|\bar{v}|^2}\right) = \theta(\bar{k} \times \bar{v}).$$

Учитывая равенства $\bar{v} \cdot (\bar{k} \times \bar{v}) = \bar{k} \cdot (\bar{v} \times \bar{v}) = 0$ и $\bar{k} \cdot (\bar{k} \times \bar{v}) = \bar{v} \cdot (\bar{k} \times \bar{k}) = 0$, получим:

$$(\bar{\Omega} \cdot \nabla_i)\bar{v} = \theta \frac{\bar{v} \cdot (\bar{k} \times \bar{v})}{|\bar{v}|^2} \bar{v} - \bar{k} \cdot (\bar{k} \times \bar{v})\bar{v} = (\bar{k} \times \bar{v})(\theta - \bar{k} \cdot \bar{v}).$$

В результате левая часть равенства (3) примет вид

$$\frac{d\bar{\Omega}}{dt} + \bar{\Omega}DIV(\bar{v}) - (\bar{\Omega} \cdot \nabla_i)\bar{v} = (\bar{k} \times \bar{v})(\theta - \bar{k} \cdot \bar{v}).$$

Подставляя равенство (4) в правую часть уравнения (3), имеем:

$$-|\bar{v}| \frac{\partial|\bar{v}|}{\partial t} ROT\left(\frac{\bar{v}}{|\bar{v}|^2}\right) = -\theta(\bar{k} \times \bar{v}).$$

Равенство (4) является решением системы дифференциальных уравнений (3) при выполнении равенства $(\bar{k} \times \bar{v})(2\theta - \bar{k} \cdot \bar{v}) = 0$.

По условию ищем решение в виде плоской волны (4), следовательно:

$$(\bar{k} \times \bar{v}) = (\bar{k} \times \bar{a})e^{if}.$$

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Негиши Т. История экономической теории. М. : Аспект-пресс, 2005. 141 с.
2. Кейнс Дж. М. Общая теория занятости, процента и денег / Пер. с англ. проф. Н. Н. Любимова ; под ред. д. э. н., проф. Л. П. Куракова. М. : Гелиос АРВ, 2002. 352 с.
3. Хансен Э. Экономические циклы и национальный доход. М. : Финансовая академия, 2008. 466 с.

Дифференциальное уравнение (3) принимает вид

$$(\bar{k} \times \bar{a})(2\theta - \bar{k} \cdot \bar{v}) = 0.$$

Плоская волна, представленная равенством (4), будет решением данного уравнения, если выполняется одно из условий:

а) параллельность векторов волнового числа \bar{k} и скорости обновления факторов производства \bar{v} , т. е. выполнение равенства $\bar{v} = \alpha\bar{k}$. Из равенства $(\bar{k} \times \bar{v}) = (\bar{k} \times \bar{a})e^{if}$ следует, что достаточно выполнения пропорциональности векторов амплитуды и волнового числа: $\bar{a} = \alpha\bar{k}$;

б) круговая частота определяется из равенства

$$\theta = \frac{1}{2}|\bar{k}||\bar{v}|\cos(\bar{k}, \bar{v}) = \frac{1}{2}|\bar{k}||\bar{a}|\cos(\bar{k}, \bar{a}).$$

Выполнение одного из этих условий указывает на существование плоской волны в развитии факторов производства.

Заключение

Уравнения (1) и (3) с наложенными на них ограничениями можно рассматривать как два варианта одной модели экономического цикла. Эти уравнения моделируют плоскую волну, которая описывается равенством (3).

Условие пропорциональности означает, что нарушение пропорций инвестирования в факторы производства приводит к увеличению вихря $ROT(\bar{v}) = \bar{\Omega}$, что будет искажать плоскую волну и приводить к непредсказуемым последствиям. Пропорциональность в нашем случае означает выполнение условий $\frac{v_K}{v_L} = \frac{j_K}{j_L}$ и $\frac{v_K}{v_H} = \frac{j_K}{j_H}$.

Выполнение условий $\frac{v_K}{v_L} = \frac{j_K}{j_L}$ и $\frac{v_K}{v_H} = \frac{j_K}{j_H}$. Выполнение

этих равенств вполне естественно. Если обозначить I_p^n — объем инвестиций вложенных, p — фактор производства в n -м году, то пропорциональность можно свести к конечно

разностной схеме $\frac{I_K^{n+1}}{I_L^{n+1}} = \frac{I_K^n}{I_L^n}$, $\frac{I_K^{n+1}}{I_H^{n+1}} = \frac{I_K^n}{I_H^n}$. Полученные

равенства указывают, что пропорции инвестирования, сложившиеся в прошлом году, необходимо соблюдать в следующем. Если возникает необходимость изменить пропорции, то необходимо менять их постепенно, чтобы не увеличивать вихревую составляющую вектора развития возобновляемых факторов производства.

Следствие из утверждения 1 имеет большее прикладное значение, чем само утверждение.

В работе [17, с. 79] было получено, что решением уравнения (1) является плоская волна, если вектора $\bar{\omega}$, \bar{k} , \bar{a} лежат в одной плоскости или в случае ортогональности любых двух из них. Для уравнения (3) плоская волна возникает при параллельности векторов \bar{k} , \bar{a} вне зависимости от поведения вихревой составляющей или в случае, когда удвоенная круговая частота θ равна скалярному произведению векторов \bar{k} , \bar{a} .

4. Уэрта де Сото Х. Деньги, банковский кредит и экономические циклы / Пер. с англ. под ред. А. В. Куряева. Челябинск : Социум, 2008. С. 163—167.
5. Хайек Ф. Глава XI. Эффект Рикардо. Индивидуализм и экономический порядок / Пер. с англ. О. Дмитриевой. Челябинск : Социум, 2016. 394 с.
6. Вороновский А. В. Некоторые проблемы теории и моделирования макроэкономических рисков // Вестн. Санкт-Петербург. ун-та. Сер. 5. Экономика. 2005. Вып. 1. С. 101—113.
7. Korotayev A. V., Tsirel S. V. A Spectral Analysis of World GDP Dynamics: Kondratieff Waves, Kuznets Swings, Juglar and Kitchin Cycles in Global Economic Development, and the 2008—2009 Economic Crisis // *Structure and Dynamics*. 2010. Vol. 4. No. 1. Pp. 3—57.
8. Hirooka M. *Innovation Dynamism and Economic Growth. A Nonlinear Perspective*. Cheltenham, UK — Northampton, MA : Edward Elgar, 2006. 426 p.
9. Diebolt C., Doliger C. New International Evidence on the Cyclical Behaviour of Output: Kuznets Swings Reconsidered // *Quality & Quantity. International Journal of Methodology*. 2008. Vol. 42. No. 6. Pp. 719—737.
10. Diebolt C., Doliger C. *Economic Cycles under Test: a Spectral Analysis. Kondratieff Waves, Warfare and World Security* / Ed. by T. C. Devezas. Amsterdam : IOS Press, 2006. Pp. 39—47.
11. Шумпетер Й. А. Теория экономического развития. М. : Директмедиа Паблишинг, 2008. 401 с.
12. Нили Г. Мастерство анализа волн Эллиотта. М. : Аналитика, 2002. 230 с.
13. Шавшуков В. М. Иностраннные инвестиции в глобальной экономике сквозь призму теории экономического цикла // *Экономические науки*. 2014. № 8(117). С. 7—18.
14. Mankiw N. G. Real business cycles: a new Keynesian perspective // *Journal of Economic Perspectives*. 1989. Vol. 3. Pp. 79—90.
15. Abel A. B. A Stochastic Model of Investment, Marginal and the Market Value of the Firm // *International Economic Review*. 1985. Vol. 26. Pp. 305—322.
16. Вороновский А. В., Вьюненко Л. Ф. Построение траекторий развития экономики на основе аппроксимаций условий стохастических моделей экономического роста // Вестн. Санкт-Петербург. ун-та. Сер. 5. Экономика. 2014. Вып. 3. С. 123—147.
17. Кузнецов С. Б. Динамика обновления факторов производства. Новосибирск : СИБПРИНТ, 2010. 312 с.
18. Кузнецов С. Б. Моделирование возникновения циклов в экономике // *Актуальные проблемы экономики и права*. 2016. Т. 10. № 3. С. 69—82.
19. Иванов В. Б. Теория волн. Иркутск : Иркут. ун-т, 2006. 210 с.

REFERENCES

1. Negishi T. *History of economic theory*. Moscow, Aspekt-press, 2005. 141 p. (In Russ.)
2. Keynes J. M. *General Theory of Employment, Interest and Money*. Translated from English by Prof. N. N. Lyubimov; ed. by Prof. L. P. Kurakov, Doctor of Economics. Moscow, Gelios ARV, 2002. 352 p. (In Russ.)
3. Hansen E. *Economic cycles and national income*. Moscow, Finansovaya akademiya, 2008. 466 p. (In Russ.)
4. Uerta de Soto H. *Money, bank credit and economic cycles*. Translation from English edited by A. V. Kuryaev. Chelyabinsk, Sotsium, 2008. Pp. 163—167. (In Russ.)
5. Hajek F. *Chapter XI. The Ricardo Effect. Individualism and economic order*. Transl. from English by O. Dmitrieva. Chelyabinsk, Sotsium, 2016. 394 p. (In Russ.)
6. Voronovskii A. V. Some problems of the theory and modeling of macroeconomic risks. *St. Petersburg University Journal of Economic Studies. Series 5. Economics*, 2005, no. 1, pp. 101—113. (In Russ.)
7. Korotayev A. V., Tsirel S. V. A Spectral Analysis of World GDP Dynamics: Kondratieff Waves, Kuznets Swings, Juglar and Kitchin Cycles in Global Economic Development, and the 2008—2009 Economic Crisis. *Structure and Dynamics*, 2010, vol. 4, no. 1, pp. 3—57.
8. Hirooka M. *Innovation Dynamism and Economic Growth. A Nonlinear Perspective*. Cheltenham, UK — Northampton, MA, Edward Elgar, 2006. 426 p.
9. Diebolt C., Doliger C. New International Evidence on the Cyclical Behaviour of Output: Kuznets Swings Reconsidered. *Quality & Quantity. International Journal of Methodology*, 2008, vol. 42, no. 6, pp. 719—737.
10. Diebolt C., Doliger C. *Economic Cycles under Test: a Spectral Analysis. Kondratieff Waves, Warfare and World Security*. Ed. by T. C. Devezas. Amsterdam, IOS Press, 2006. Pp. 39—47.
11. Schumpeter J. A. *Theory of Economic Development*. Moscow, Direktmedia Publishing, 2008. 401 p. (In Russ.)
12. Neely G. *Mastery of Elliott Wave Analysis*. Moscow, Analitika, 2002. 230 p. (In Russ.)
13. Shavshukov V. M. Foreign investments in the global economy through the prism of the theories of the business cycle. *Economic sciences*, 2014, no. 8, pp. 7—18. (In Russ.)
14. Mankiw N. G. Real business cycles: a new Keynesian perspective. *Journal of Economic Perspectives*, 1989, vol. 3, pp. 79—90.
15. Abel A. B. A Stochastic Model of Investment, Marginal and the Market Value of the Firm. *International Economic Review*, 1985, vol. 26, pp. 305—322.
16. Voronovskii A. V., V'yuneneko L. F. Construction of economic development trajectories by approximating conditions of stochastic models of economic growth. *St. Petersburg University Journal of Economic Studies. Series 5. Economics*, 2014, no. 3, pp. 123—147. (In Russ.)
17. Kuznetsov S. B. *Dynamics of renewal of production factors*. Novosibirsk, SIBPRINT, 2010. 312 p. (In Russ.)

18. Kuznetsov S. B. Modelling the cycles occurrence in economy. *Actual Problems of Economics and Law*, 2016, vol. 10, no. 3, pp. 69—82. (In Russ.)

19. Ivanov V. B. *Wave Theory*. Irkutsk, Irkutsk university publ., 2006, 210 p. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 26.11.2021; одобрена после рецензирования 09.01.2022; принята к публикации 16.01.2022.
The article was submitted 26.11.2021; approved after reviewing 09.01.2022; accepted for publication 16.01.2022.

Научная статья

УДК 331.52

DOI: 10.25683/VOLBI.2022.58.140

Vera Mihailovna Stepanyan

Candidate of Pedagogy,
Associate Professor of the Department of Humanities
and Economics,
Volgograd State Academy
of Physical Culture
Volgograd, Russian Federation
step-v2006@yandex.ru

Irina Vital'evna Perfil'eva

Candidate of Pedagogy,
Associate Professor of the Department of Humanities
and Economics,
Volgograd State Academy
of Physical Culture
Volgograd, Russian Federation
Sve943@yandex.ru

Aleksandr Vyacheslavovich Lipatov

Candidate of Historical Sciences,
Associate Professor of the Department of Humanities
and Economics,
Volgograd State Academy
of Physical Culture
Volgograd, Russian Federation
elita_lee@mail.ru

Viktotiya Viktorovna Gorbacheva

Candidate of Pedagogy,
Associate Professor of the Department of Humanities
and Economics,
Volgograd State Academy
of Physical Culture
Volgograd, Russian Federation
gorbacheva_vika@list.ru

Вера Михайловна Степанян

канд. пед. наук,
доцент кафедры гуманитарных дисциплин
и экономики,
Волгоградская государственная
академия физической культуры
Волгоград, Российская Федерация
step-v2006@yandex.ru

Ирина Витальевна Перфильева

канд. пед. наук,
доцент кафедры гуманитарных дисциплин
и экономики,
Волгоградская государственная
академия физической культуры
Волгоград, Российская Федерация
Sve943@yandex.ru

Александр Вячеславович Липатов

канд. ист. наук,
доцент кафедры гуманитарных дисциплин
и экономики,
Волгоградская государственная
академия физической культуры
Волгоград, Российская Федерация
elita_lee@mail.ru

Виктория Викторовна Горбачева

канд. пед. наук,
доцент кафедры гуманитарных дисциплин
и экономики,
Волгоградская государственная
академия физической культуры
Волгоград, Российская Федерация
gorbacheva_vika@list.ru

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ НЕВЕРБАЛЬНОЙ КОММУНИКАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ДЕЛОВОГО ОБЩЕНИЯ МЕНЕДЖЕРА

08.00.05 — Экономика и управление народным хозяйством

Аннотация. В процессе взаимодействия людей до 80 % коммуникаций осуществляется за счет невербальных, несловесных средств выражения. Эти данные заставляют нас задуматься над значением невербального языка для взаимопонимания людей.

В статье исследуются вопросы, связанные с коммуникативной компетентностью менеджера, делается акцент на важности знания норм делового общения, так как оно

является основой деятельности любого руководителя, а также анализируется грамотное и адекватное употребление «языка тела». В статье выявляются, анализируются и описываются невербальные средства коммуникации в процессе делового общения менеджеров среднего и высшего звена сферы туризма и гостеприимства, определяется степень владения ими навыками невербального общения и использования их в своей профессиональной деятельности.