

## 08.00.13. – МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

УДК 351.777  
ББК 67.407.05

**Айдинова Диана Хаджи-Муратовна,**  
аспирант каф. математики и информационных технологий  
Кисловодского института экономики и права,  
г. Кисловодск,  
e-mail: prepod\_kiep@mail.ru

### МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ИНСТРУМЕНТОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ ВРЕДНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ВЫБРОСОВ КОНКУРЕНТНОЙ ОТРАСЛИ

#### MODELING AND ANALYSIS OF REGULATING OF HARMFUL INDUSTRIAL EMISSIONS OF COMPETITIVE BRANCH

*В работе построена экономико-математическая модель регулирования вредных производственных выбросов конкурентного производственного сектора. Проведено сравнение таких инструментов государственного регулирования выбросов, как налогообложение предприятий производственного сектора, допускающих выбросы загрязняющих веществ, и продаваемые квоты на выбросы. Проведенный анализ показывает, что если имеется только один провал рынка – отрицательные экстерналии, создаваемые вредными производственными выбросами, то для восстановления эффективности рынка достаточен единственный инструмент регулирования (продаваемые разрешения на вредные выбросы или налогообложение предприятий производственного сектора, допускающих выбросы загрязняющих веществ в окружающую среду).*

*An economic and mathematical model of regulating harmful industrial emissions of competitive production sector had been provided in the article. Comparison of such tools of the state regulating of emissions as taxation of industrial enterprises performing emissions of pollutants and emissions quotas has been performed. The analysis performed demonstrates that in case of only one market failure, negative externals, created by harmful industrial emissions, then single regulating tool (selling of permits for harmful emissions or taxation of industrial enterprises allowing pollutants emissions to the environment) is sufficient for the market efficiency recovery.*

*Ключевые слова: выбросы загрязняющих веществ, инструменты регулирования выбросов, научно-исследовательский сектор, инновационные экологически чистые технологии, налогообложение, вредные производственные выбросы, экономико-математическая модель, государственное регулирование выбросов, производственный сектор, окружающая среда, конкурентность.*

*Keywords: emission of pollutants, tools for regulating emissions, scientific and research sector, innovative ecologically sound technologies, taxation, harmful production emissions, economic and mathematical model, state regulation of emissions, production sector, environment, competitiveness.*

В последние несколько десятилетий негативное воздействие экономической деятельности на окружающую среду значительно возросло. Стоимость мероприятий по снижению выбросов загрязняющих веществ достаточно высока; она входит в издержки производства, но, как правило, не увеличивает объемы производимой продукции, а поэтому товаропроизводителю невыгодна. Одним из подходов к защите окружающей среды от вредных производственных выбросов является использование рыночных механизмов [1]. Однако рынок самостоятельно не в состоянии достичь общественно эффективного использования окружающей среды (поскольку это ресурс совместного пользования), что порождает отрицательные экстерналии, связанные с загрязнением окружающей среды. Другой способ защиты экологии от вредных выбросов заключается во введении платежей за использование окружающей среды. Государственные механизмы регулирования вредных выбросов выполняют две функции: возмещают экономический ущерб от вредных производственных выбросов и стимулируют разработку инновационных технологий, снижающих выбросы загрязняющих веществ. Государство применяет различные экономические механизмы, снижающие давление производственного сектора на окружающую среду: налогообложение производственного сектора, допускающего выбросы загрязняющих веществ в окружающую среду, квоты на выбросы и технологические стандарты [2]. В этой связи возникает проблема анализа эффективности инструментов государственного регулирования загрязнения окружающей среды.

В настоящей работе проводится сравнение инструментов государственного регулирования вредных производственных выбросов: налогообложения предприятий производственного сектора, допускающих выбросы загрязняющих веществ, и продаваемых разрешений на выбросы.

#### **1. Экономико-математическая модель и оптимум с точки зрения максимизации национального благосостояния**

Предлагаемая экономико-математическая модель основана на следующих допущениях. Рассматриваем конкурентную отрасль, производящую однородную

продукцию. Объем производства продукции обозначаем через  $Y$ . Спрос на продукцию определяется обратной функцией спроса  $P(Y)$ , причем  $P'(Y) < 0$ . Функция, определяющая совокупные отраслевые производственные затраты, обозначается  $C(Y)$  и предполагается неубывающей и выпуклой, т. е.  $C'(Y) \geq 0$  и  $C''(Y) \geq 0$ . Предполагаем, что выбросы загрязняющих веществ в окружающую среду нормированы таким образом, что первоначально производство одной единицы объема выпуска продукции сопровождается выбросами загрязняющих веществ в объеме одной единицы, т. е.  $E = Y$ . Выбросы вызывают ущербы в окружающей среде, определяемые функцией  $D(E)$ , которая предполагается строго возрастающей и строго выпуклой, т. е.  $D'(E) > 0$  и  $D''(E) > 0$ . Имеется также научно-исследовательский сектор, разрабатывающий технологию сокращения вредных выбросов, которая позволяет снизить интенсивность выбросов загрязняющих веществ производственного сектора до уровня  $e \in [0,1)$ . Единица объема выпуска продукции, произведенная с использованием экологически чистой технологии, сопровождается выбросами в объеме  $e < 1$ , в отличие от выбросов загрязняющих веществ в объеме одной единицы в расчете на единицу продукции при использовании первоначального, более «грязного» технологического процесса. Следовательно, полные отраслевые выбросы составляют  $E = Y^d + eY^c$ , где  $Y^c$  – объем выпуска продукции, произведенной с использованием экологически чистой технологии, а  $Y^d$  – объем выпуска продукции, произведенной с использованием первоначального, более экологически «грязного» технологического процесса. Совокупный отраслевой объем выпуска продукции представляет собой сумму объемов выпуска продукции, произведенной с использованием инновационной технологии и произведенной с использованием традиционного «грязного» технологического процесса:  $Y = Y^d + Y^c$ . Доля отраслевого использования инновационной технологии составляет  $Y^c/Y$ .

Предложенная постановка соответствует типичным природоочистным технологиям, обеспечивающим снижение уровня выбросов загрязняющих веществ на конечных стадиях производственного процесса (типа газожидкостных устройств обессеривания, снижающих выбросы окислов серы предприятий, использующих угольное топливо) и не приводящим к ограничению распространения инновационной экологически чистой технологии в силу необходимости принципиальных изменений технологического процесса для ее внедрения.

Поскольку рассматриваемая отрасль считается конкурентной и, следовательно, состоит из большого количества фирм, объем выпуска продукции  $Y^c$ , полученной с использованием инновационной экологически чистой технологии, пропорционален количеству проданных очистных устройств. Поэтому совокупные отраслевые затраты сокращения вредных выбросов составляют  $rY^c$ , где  $r \geq 0$  – реальные удельные (в расчете на единицу выпуска продукции) затраты сокращения вредных выбросов. Инструменты регулирования загрязнения окружающей среды, имеющиеся в распоряжении государства, представляют собой количество выпускаемых разрешений на выбросы загрязняющих веществ  $\bar{E}$  и налог по ставке  $\tau$ , накладываемый на единицу вредных выбросов.

Государство решает задачу максимизации национального благосостояния, определяемого функцией

$$W(Y^d, Y^c) = \int_0^Y P(z)dz - C(Y) - rY^c - D(Y^d + eY^c) \quad (1)$$

Условия максимума функции (1) имеют следующий вид:

$$\frac{\partial W}{\partial Y^d} = P(Y) - C'(Y) - D'(Y^d + eY^c) \leq 0 \quad (2)$$

при  $Y^d > 0$ ;

и

$$\frac{\partial W}{\partial Y^c} = P(Y) - C'(Y) - r - eD'(Y^d + eY^c) \leq 0 \quad (3)$$

Будем рассматривать три различных случая: полное неприменение в отрасли инновационной экологически чистой технологии, частичное ее использование и полное внедрение предприятиями отрасли инновационной технологии.

Если оптимально вообще не использовать инновационную технологию сокращения вредных выбросов, условие (2) определяет оптимальный, с точки зрения максимизации национального благосостояния, объем выпуска продукции  $Y^* = Y^{d*}$ .

Это будет иметь место в том и только в том случае, когда выполняется неравенство

$$r > r^0 = (1 - e)D'(Y^{d*}). \quad (4)$$

Полное внедрение предприятиями отрасли инновационной экологически чистой технологии оптимально в случае, если имеет место неравенство

$$r < r^1 = (1 - e)D'(eY^{c*}), \quad (5)$$

где  $Y^{c*}$  определяется условием (3) при условии  $Y^{d*} = 0$ .

Заметим, что объем выпуска продукции  $Y^{c*}$  является функцией предельных издержек сокращения выбросов  $r$ . Поскольку оптимальный объем выпуска продукции является убывающей функцией издержек сокращения выбросов, т. е.  $\frac{\partial Y^{c*}}{\partial r} \leq 0$ , и предельные ущербы окружающей среде возрастают по уровню выбросов, соотношение (5) определяет единственное значение  $r^1$ , которое представляет собой верхнюю границу предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ  $r$ , совместимых с полным распространением инновационной экологически чистой технологии.

Для всех значений предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ  $r \in [r^0, r^1]$  оптимально частичное внедрение инновационной технологии сокращения выбросов. В этом случае оба соотношения (2) и (3) выполняются одновременно. Оптимальный уровень выбросов загрязняющих веществ  $E^*$  в неявном виде определяется следующим образом

$$r = (1 - e)D'(E^*) \tag{6}$$

Подставляя выражение (6) в (2), получаем оптимальный совокупный отраслевой объем выпуска продукции  $Y^*$ . Определение уровня выбросов загрязняющих веществ и совокупного отраслевого объема выпуска продукции  $E$  и  $Y$  позволяет вычислить оптимальные значения объемов выпуска  $Y^{d*}$  и  $Y^{c*}$ . Имеет место следующий результат.

Оптимум с точки зрения максимизации национального благосостояния характеризуется следующим образом:

1. Для всех значений предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ  $r < r^1$  оптимально полное распространение инновационной экологически чистой технологии. Совокупный отраслевой объем выпуска продукции (экологически чистой) и совокупный отраслевой уровень выбросов являются убывающими функциями предельных издержек сокращения выбросов.

2. Для всех значений предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ  $r^1 < r < r^0$  оптимально частичное распространение инновационной экологически чистой технологии. Совокупный отраслевой объем выпуска продукции и объем выпуска экологически чистой продукции  $Y^*$  являются убывающими функциями предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ, тогда как объем выпуска «грязной» продукции  $Y^d$  и совокупный отраслевой уровень выбросов являются возрастающими функциями предельных издержек сокращения выбросов.

3. Для всех значений предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ  $r^0 < r$  имеет место неприменение инновационной технологии. Совокупный отраслевой объем выпуска продукции (экологически «грязной») и совокупный отраслевой уровень выбросов не зависят от предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ.

Докажем эти утверждения.

1. Значения предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ находятся в интервале  $r < r^1$ .

Полностью дифференцируя соотношение (3), получаем  $\frac{\partial Y^{c*}}{\partial r} = \frac{1}{P' - C'' - e^2 D''} < 0$ . Следовательно, совокупный отраслевой объем выпуска продукции является убывающей функцией предельных издержек сокращения выбросов. Поскольку  $E^* = eY^*$  аналогичный результат справедлив для совокупного отраслевого уровня выбросов.

2. Значения предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ находятся в интервале  $r^1 < r < r^0$ . Совокупный отраслевой уровень выбросов загрязняющих веществ определяется соотношением  $(1 - e)D'(E^*) = r$ . Дифференцирование этого выражения дает  $\frac{\partial E^*}{\partial r} = \frac{1}{(1 - e)D''} > 0$ . Отсюда следует, что совокупный отраслевой объем выпуска продукции является возрастающей функцией предельных издержек сокращения выбросов. Совокупный отраслевой объем выпуска продукции определяется соотношением  $P(Y^*) = C'(Y^*) + D'(E^*)$ . Дифференцирование этого выражения и использование полученного выше результата дает  $\frac{\partial Y^*}{\partial r} = \frac{\partial Y^*}{\partial E^*} \frac{\partial E^*}{\partial r} = \frac{1}{(1 - e)(P' - C'')} < 0$ . Следовательно,

совокупный отраслевой объем выпуска продукции является убывающей функцией предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ. Используя равенства  $Y = Y^d + Y^c$  и  $E = Y^d + eY^c$  и дифференцируя по  $r$ , получаем

$$\frac{\partial Y^{d*}}{\partial r} = \frac{1}{(1 - e)^2} \left[ \frac{1}{D''} - \frac{e}{P' - C''} \right] > 0$$

$$\frac{\partial Y^{c*}}{\partial r} = \frac{1}{(1 - e)^2} \left[ \frac{1}{P' - C''} - \frac{1}{D''} \right] < 0$$

Отсюда следует, что экологически чистый объем выпуска продукции  $Y^c$  является убывающей функцией издержек сокращения вредных выбросов, тогда как объем выпуска продукции, произведенной с использованием первоначального, более экологически «грязного» технологического процесса, является возрастающей функцией предельных издержек сокращения выбросов.

3. Значения предельных издержек сокращения выбросов загрязняющих веществ находятся в интервале  $r^0 < r$ . Совокупный отраслевой объем выпуска продукции (произведенной с использованием более экологически «грязного» технологического процесса) и совокупный отраслевой уровень выбросов загрязняющих веществ полностью определяются выражением (2), которое не зависит от предельных издержек сокращения выбросов.

## 2. Конкурентный научно-исследовательский сектор

Будем предполагать, что научно-исследовательский сектор, разрабатывающий инновационную экологически чистую технологию, является конкурентным, и поэтому цена инновационной экологически чистой технологии равна предельным производственным затратам ее разработки. Имеет место следующее утверждение. Если научно-исследовательский сектор, разрабатывающий инновационную экологически чистую технологию, является конкурентным, госрегулятор может достичь оптимума с точки зрения максимизации национального благосостояния, выпуская оптимальное количество разрешений на выбросы. Оптимум с точки зрения максимизации национального благосостояния может быть достигнут с использованием налогообложения производственного сектора, допускающего выбросы загрязняющих веществ в окружающую среду, если оптимально либо полное распространение инновационной экологически чистой технологии, либо полное неприменение инновационной технологии. Если оптимально частичное распространение экологически чистой технологии, то налогообложение производственного сектора, допускающего выбросы в окружающую среду, приводит к возникновению континуума равновесных состояний.

Докажем это утверждение. При использовании в качестве инструмента регулирования продаваемых разрешений на выбросы равновесие в производственной отрасли определяется следующими соотношениями:

$$P(Y) = C'(Y) + \lambda \text{ при } Y^d > 0 \tag{7}$$

$$P(Y) = C'(Y) + r + e\lambda \quad \text{при } Y^c > 0 \quad (8)$$

$$\bar{E} = Y^{d^*} + eY^c, \quad (9)$$

где  $\lambda$  – равновесная цена разрешений на выбросы загрязняющих веществ.

В зависимости от установленного количества разрешений на выбросы  $\bar{E}$  следует различать три случая: полное неприменение в производственной отрасли инновационной экологически чистой технологии, частичное ее использование и полное внедрение предприятиями отрасли инновационной технологии.

Полное неприменение в производственной отрасли инновационной технологии будет иметь место, если предельные производственные затраты получения «экологически чистого» выпуска продукции превосходят предельные производственные затраты получения «грязного» выпуска продукции. Используя (7) и (8), получаем, что это условие будет выполняться, если справедливо неравенство  $r > (1 - e)\lambda^0$ , в котором  $\lambda^0 = P(E) - C'(E)$ .

Полное внедрение предприятиями отрасли инновационной экологически чистой технологии будет иметь место, если предельные производственные затраты получения «экологически чистого» выпуска продукции ниже предельного получения «грязного» выпуска продукции, т. е. если справедливо неравенство  $r < (1 - e)\lambda^1$ , где  $\lambda^1 = \frac{P(E/e) - C'(E/e) - r}{e}$ .

Частичное использование предприятиями отрасли инновационной экологически чистой технологии будет иметь место, если предельные производственные затраты получения «экологически чистого» выпуска продукции равны предельным производственным затратам получения «грязного» выпуска продукции, т. е. если справедливо равенство  $r = (1 - e)\lambda$ .

Если оптимально полное неприменение в производственной отрасли инновационной экологически чистой технологии, то государство устанавливает число выпускаемых разрешений на выбросы в соответствии с условием  $\bar{E} = Y^{d^*}$ . Следовательно,  $\lambda = D'(E) = P(E) - C'(E)$ , и, используя (4), госрегулятор может достичь оптимума с точки зрения максимизации национального благосостояния (выпуская оптимальное количество разрешений на выбросы) в условиях, когда оптимально полное неприменение в производственной отрасли инновационной технологии.

Если оптимально полное внедрение в производственной отрасли инновационной технологии, то регулятор устанавливает полное число выпускаемых разрешений на выбросы загрязняющих веществ в соответствии с условием  $\bar{E} = eY^c$ . Следовательно,  $\lambda = D'(E) = \frac{P(E/e) - C'(E/e) - r}{e}$ , и, используя (5), государство может достичь оптимума с точки зрения максимизации национального благосостояния (выпуская оптимальное количество разрешений на выбросы) в условиях, когда оптимально полное внедрение в производственной отрасли инновационной технологии.

Если оптимально частичное внедрение в производственной отрасли инновационной экологически чистой технологии, то государство устанавливает число вы-

пускаемых разрешений на выбросы загрязняющих веществ в соответствии с условием  $\bar{E} = Y^{d^*} + eY^c$ . Следовательно,  $\lambda = D'(E) = P(E) - C'(E)$ , и, используя условие  $r = (1 - e) D'(E^*)$ , регулятор может достичь оптимума с точки зрения максимизации национального благосостояния (выпуская оптимальное количество разрешений на выбросы) в условиях, когда оптимально частичное внедрение в производственной отрасли инновационной экологически чистой технологии.

При использовании в качестве инструмента регулирования выбросов загрязняющих веществ налогообложение предприятий, допускающих загрязнение окружающей среды, равновесие в производственной отрасли определяется следующими соотношениями:

$$P(Y) = C'(Y) + \tau \quad \text{при } Y^d > 0 \quad (10)$$

$$P(Y) = C'(Y) + r + e\tau \quad \text{при } Y^c > 0 \quad (11)$$

где  $\tau$  – ставка налогообложения в расчете на единицу выбросов.

В зависимости от установленной ставки налогообложения следует различать три случая: полное неприменение в производственной отрасли инновационной экологически чистой технологии, частичное ее использование и полное внедрение предприятиями отрасли инновационной технологии.

Полное неприменение в производственной отрасли инновационной экологически чистой технологии будет иметь место, если предельные производственные затраты получения «экологически чистого» выпуска продукции превосходят предельные производственные затраты получения «грязного» выпуска продукции. Используя (10) и (11), получаем, что это условие будет выполняться, если справедливо неравенство  $r > (1 - e)\lambda$ .

Полное внедрение предприятиями отрасли инновационной технологии будет иметь место, если предельные производственные затраты получения «экологически чистого» выпуска продукции ниже предельных производственных затрат получения «грязного» выпуска продукции, т. е. если справедливо неравенство  $r < (1 - e)\lambda$ .

Частичное использование предприятиями отрасли инновационной экологически чистой технологии будет иметь место, если предельные производственные затраты получения «экологически чистого» выпуска продукции равны предельным производственным затратам получения «грязного» выпуска продукции, т. е. если справедливо равенство  $r = (1 - e)\lambda$ .

Если оптимально полное неприменение в производственной отрасли инновационной технологии, то государство устанавливает следующую ставку налогообложения  $\tau = P(Y^{d^*}) - C'(Y^{d^*})$ . Следовательно, используя (4), государство может достичь оптимума с точки зрения максимизации национального благосостояния (устанавливая оптимальную ставку налогообложения в расчете на единицу выбросов загрязняющих веществ) в условиях, когда оптимально неприменение в отрасли инновационной технологии.

Если оптимально полное внедрение в производственной отрасли экологически чистой технологии, то

регулятор устанавливает следующую ставку налогообложения:  $\tau = P(Y^c) - C'(Y^c)$ . Следовательно, используя (5), государство может достичь оптимума с точки зрения максимизации национального благосостояния (устанавливая оптимальную ставку налогообложения в расчете на единицу выбросов) в условиях, когда оптимально полное внедрение в производственной отрасли инновационной технологии.

Если оптимально частичное внедрение в производственной отрасли инновационной технологии, то государство сталкивается с проблемой множества состояний равновесия. Одно из них эффективно, если  $\tau = \frac{r}{1-e}$ . Это завершает доказательство.

Итак, в работе построена экономико-математическая модель регулирования вредных производственных выбросов конкурентного производственного сектора.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Голуб А. А., Струкова Е. Б. Экономика природных ресурсов. М.: Аспект Пресс, 1998. 320 с.
2. Гофман К. Г., Рюмина Е. В. Кредитные отношения общества и природы // Экономика и математические методы. 1994. № 30 (2). С. 155–161; Kolstad C. D. 2004. Environmental Economics. Oxford: Oxford University Press, 2000. 400 p.
3. Скитер Н. Н. Моделирование оптимальных налоговых платежей за производственные выбросы // Бизнес. Образование. Право. Вестник Волгоградского института бизнеса. 2011. № 1 (14). С. 201–208.

### REFERENCES

1. Golub A. A., Strukova E. B. Economics of natural resources. M.: Aspect Press, 1998. 320 p.
2. Gofman K. G., Ryumina E. V. Credit relations of the society and the nature // Economics and mathematical methods. 1994. # 30 (2). P. 155–161; Kolstad C. D. 2004. Environmental Economics. Oxford: Oxford University Press, 2000. 400 p.
3. Skiter N. N. Modeling of optimal taxes for production emissions // Business. Education. Law. Bulletin of the Volgograd Business Institute. 2011. # 1 (14). P. 201–208.

УДК 338.57  
ББК 65.263-21

**Мелихов Дмитрий Александрович**  
аспирант каф. информационных систем в экономике  
Волгоградского государственного технического университета,  
г. Волгоград,  
e-mail: mel-v07@mail.ru

### ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ РАЗМЕРА СЕТИ КАК ДОЛИ УЧАСТНИКОВ РЫНКА

### ECONOMIC-MATHEMATICAL MODEL OF THE OPTIMAL INVESTMENT WITH REGARDS TO THE NETWORK SIZE AS THE MARKET PARTICIPANTS SHARE

*Построена экономико-математическая модель инвестирования, которая предполагает ситуацию, где фирма имеет возможность инвестирования в производство товаров/услуг на рынке, характеризующуюся неопределенностью. В рассматриваемой стратегической модели определены стоимость инвестиционного проекта с учетом безрисковой процентной ставки и трендовой составляющей, момент необратимого инвестирования и уровень качества производимой продукции (товаров или услуг) на рынке со стохастическим спросом, положительными сетевыми экстерналиями и конкурентным*

*входом. Конкурентный вход обусловлен оптимальным инвестиционным решением конкурирующей фирмы. Проведено сравнение случаев с фиксированным и регулируемым в процессе производства уровнем качества продукции для определения дополнительной составляющей стоимости опциона инвестирования, возникающей благодаря возможности регулирования уровня качества продукции (товаров или услуг) в производственном процессе.*

*The economic-mathematical model of investment, which involves a situation where the company has an opportunity*