

Обзорная статья

УДК 330.43

DOI: 10.25683/VOLBI.2025.72.1339

Roman Vladimirovich Karpovich

Postgraduate of the Department of Economics
and Mathematical Modeling,
specialty 5.2.2 — Mathematical, statistical
and instrumental methods in economics,
Synergy University
Moscow, Russian Federation
Romankarpowich.main@gmail.com

Роман Владимирович Карпович

аспирант кафедры прикладной математики,
специальность 5.2.2 — Математические,
статистические и инструментальные методы
в экономике,
Университет «Синергия»
Москва, Российская Федерация
Romankarpowich.main@gmail.com

ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ

5.2.2 — Математические, статистические и инструментальные методы в экономике

Аннотация. Сельскохозяйственный сектор играет ключевую роль в обеспечении продовольственной безопасности, экономической стабильности и устойчивого развития на национальном и глобальном уровнях. Устойчивый рост спроса на продовольствие, глобальное изменение климата, ограниченность природных ресурсов и высокая волатильность рынков создают значимые вызовы для современной аграрной отрасли. В статье представлен всесторонний обзор применения математического моделирования для анализа производственно-экономических процессов в сельском хозяйстве. Рассматриваются основные преимущества перехода от традиционных аграрных методов к современным математическим моделям, позволяющим проводить точное прогнозирование урожайности, оптимизировать распределение ресурсов, оценивать многочисленные факторы риска и поддерживать обоснованное стратегическое планирование. Обзор включает четыре группы методов: оптимизационные, имитационные, статистические и эконометрические модели, — что позволяет охватить широкий спектр подходов к решению актуальных проблем. Особое внимание уделено практическому применению указанных методов

в Российской Федерации, где интеграция цифровых технологий, таких как ГИС, дистанционное зондирование, машинное обучение и анализ больших данных, значительно повышает оперативность и точность анализа. Анализ литературы выявляет теоретическую обоснованность и практическую применимость разработанных методов, а также указывает на проблемы качества исходных данных и необходимость адаптации моделей к региональным особенностям. Разработка математических моделей способствует повышению качества управленческих решений и созданию адаптивных стратегий устойчивого развития, что является важным направлением для дальнейших исследований и практического применения в аграрном секторе. Представленный обзор демонстрирует значимость интеграции математического моделирования в современные аграрные стратегии и подчеркивает актуальность дальнейших исследований в данной области.

Ключевые слова: математическое моделирование, сельское хозяйство, оптимизационные модели, имитационные модели, статистические модели, эконометрические модели, устойчивое развитие, цифровые технологии

Для цитирования: Карпович Р. В. Обзор математических моделей производственно-экономических процессов в сельском хозяйстве // Бизнес. Образование. Право. 2025. № 3(72). С. 208—214. DOI: 10.25683/VOLBI.2025.72.1339.

Review article

REVIEW OF MATHEMATICAL MODELS OF PRODUCTION AND ECONOMIC PROCESSES IN AGRICULTURE

5.2.2 — Mathematical, statistical and instrumental methods in economics

Abstract. The agricultural sector is crucial for food security, economic stability, and sustainable development. Modern agriculture faces challenges from rising food demand, climate change, limited resources, and market volatility. This article reviews the use of mathematical modeling in analyzing production and economic processes in agriculture. It highlights the advantages of shifting from traditional methods to modern models that allow accurate yield forecasting, resource optimization, risk assessment, and informed planning. The review covers four model groups—optimization, simulation, statistical, and econo-

metric—which offer diverse approaches to current challenges. Special attention is paid to the practical application of these methods in the Russian Federation, where the integration of digital technologies such as GIS, remote sensing, machine learning and big data analysis significantly improves the efficiency and accuracy of analysis. An analysis of the literature reveals the theoretical validity and practical applicability of the developed methods, as well as points to problems with the quality of the source data and the need to adapt models to regional peculiarities. The development of mathematical models contributes

to improving the quality of management decisions and creating adaptive strategies for sustainable development, which is an important area for further research and practical application in the agricultural sector. The presented review demonstrates the importance of integrating mathematical modeling into

modern agricultural strategies and highlights the relevance of further research in this area.

Keywords: *mathematical modeling, agriculture, optimization models, simulation models, statistical models, econometric models, sustainable development, digital technologies*

For citation: Karpovich R. V. Review of mathematical models of production and economic processes in agriculture. *Biznes. Obrazovanie. Pravo = Business. Education. Law.* 2025;3(72):208—214. DOI: 10.25683/VOLBI.2025.72.1339.

Введение

Актуальность. Сельское хозяйство играет важную роль в обеспечении продовольственной безопасности и устойчивого развития, но сталкивается с ограниченностью ресурсов, изменением климата и нестабильностью рынков. Математическое моделирование помогает прогнозировать урожайность, рыночные цены, доступность ресурсов [1; 2], принимать решения по посадкам и планированию [3], оценивать риски и разрабатывать стратегии устойчивого развития [4].

Степень изученности проблемы. Ряд исследований подтверждает эффективность применения математических моделей в аграрном мире. Г. Варшней и А. Кумар рассматривают оптимизационные и статистические методы, но отмечают недостаточную адаптацию моделей к региональным особенностям [5]. Т. Ташкинер и Б. Билген анализируют модели агропродовольственных цепочек, подчеркивая, что недостаточная глубина анализа ограничивает их практическую применимость [6]. З. Айнаулов с соавторами разработали экономико-математическую модель для Алматинской области, где получены результаты учета региональных факторов, однако универсальность метода остается сомнительной [1]. К. Банерджи с соавторами демонстрируют потенциальные имитационные модели для анализа выращиваемых культур, но указывают на проблемы с доступностью и проверкой данных [7].

Обзор отечественной и зарубежной литературы раскрывает еще несколько проблем исследования. А. А. Ефремов и И. Л. Ковалев подробно анализируют процессы цифровых преобразований в сельском хозяйстве и показывают дальнейшее развитие новых информационных технологий для повышения точности аграрного моделирования [2]. А. И. Мясоедов обращает внимание на ограниченность традиционных эконометрических методов и необходимость перехода к более комплексным моделям, способным адекватно реагировать на динамичные изменения в агросекторе [3]. Л. А. Нефедова рассматривает архитектуру информационно-технологической поддержки исследовательских процессов, которая имеет прямое отношение к сохранению качества исходных данных для моделей [4]. М. Р. Асадуллин и П. М. Симонов предлагают методологию оптимизации контрактных отношений на основе математического анализа, которая служит для разработки адаптивных стратегий [8]. В работе О. С. Чемерис и Р. В. Карповича применена практическая экономическая эффективность умных технологий в аграрном секторе [9]. Исследования Дж. У. Джонса [10] и Б. А. Китинга с соавторами [11] заложили основы для создания современных искусственных систем, которые являются необходимыми инструментами для анализа выращиваемых культур. Н. Р. Махмудова [12] акцентирует внимание на использовании эконометрических моделей для прогнозирования урожайности, а Ю. Б. Мельников [13] рассматривает вопросы анализа в десятилетней роботизации сельского хозяйства, что

особенно актуально в условиях цифровой революции. Работы Н. Папагеоргиадиса и А. Шармы [14], а также У. Г. Парка [15] вносят свой вклад в понимание вопросов глобальной конкурентоспособности и управления интеллектуальной собственностью в агроинновациях. Б. Пасрия [16] и С. Риаман [17] используют синергетический подход, объединяющий традиционные методы с машинным обучением для повышения точности прогнозирования и оптимизации использования ресурсов. О. П. Сингх предлагает интегрированную модель, объединяющую и технологические процессы, тогда как Т. Ташкинер и Б. Билген [6] с Г. Варшней и А. Кумаром [5] дают систематизированный метод обзора методов оптимизации, подчеркивая необходимость постоянной адаптации моделей к региональным и глобальным вызовам [18]. Анализ О. С. Чемерис и Б. Д. Борисенко показывает развитие методов исследования, но сохраняются проблемы наблюдаемых тенденций, адаптация к региональным условиям и учет неопределенности [19]. Работа Д. Сяо и В. Ши демонстрирует возможности применения математического моделирования для адаптации сельскохозяйственного производства к изменению климата [20].

Целесообразность разработки темы связана с необходимостью повышения эффективности сельскохозяйственного производства в условиях глобальных вызовов. Традиционные методы уже не справляются с изменчивостью агросектора, тогда как математическое моделирование с применением цифровых технологий улучшает прогнозирование и адаптацию управленческих решений [9; 10].

Научная новизна данного исследования заключается в предлагаемых автором подходах к изучению объекта посредством интеграции инновационных методов, позволяющих получить результаты, ранее недоступные стандартными способами. Автор заменяет традиционный анализ комплексной системой обработки данных, что обеспечивает более точное выявление скрытых закономерностей и существенно углубляет понимание исследуемых процессов. Такой подход демонстрирует практическую ценность и открывает новые перспективы для развития теоретических и прикладных аспектов в данной области.

Цель исследования — обзор математического моделирования для анализа и оптимизации сельскохозяйственных процессов с разработкой рекомендаций по цифровым технологиям. **Задачи** включают классификацию моделей, оценку их применения, анализ влияния цифровых технологий и разработку рекомендаций по их адаптации к региональным особенностям [3; 7].

Теоретическая значимость заключается в систематизации подходов и выявлении пробелов в существующих моделях, что способствует развитию новых концепций аграрного моделирования. **Практическая значимость** заключается в рекомендациях для оптимизации управления ресурсами, снижении рисков и точном прогнозировании урожайности с использованием цифровых технологий.

Основная часть

Методы и материалы исследования. Данное исследование посвящено анализу современных математических моделей, применяемых для оценки и оптимизации производственно-экономических процессов в сельском хозяйстве. Проблематика аграрного сектора определяется необходимостью точного прогнозирования урожайности, эффективного распределения ограниченных ресурсов и оценки рисков, связанных с изменением климатических условий и рыночной волатильностью. Математическое моделирование предоставляет структурированный и количественно обоснованный подход для формирования управленческих решений, позволяя перевести реальные аграрные процессы в формализованные модели, используемые в сельском хозяйстве.

Оптимизационные модели направлены на поиск наилучшего решения при заданных ограничениях, таких как максимизация прибыли или урожайности и минимизация затрат [11]:

- *Линейное программирование* используется для распределения ресурсов, оптимизации структуры посевов и затрат, например распределение земли, воды и труда между культурами для максимизации прибыли [12].

- *Нелинейное программирование* учитывает нелинейные зависимости, что позволяет моделировать сложные процессы, такие как внесение удобрений или орошение [13].

- *Динамическая оптимизация* применима для долгосрочного планирования инвестиций, землепользования и устойчивого сельского хозяйства [4].

- *Многокритериальная оптимизация* рассматривает одновременно несколько целей, например прибыль и снижение экологического ущерба [14].

Имитационные модели описывают рост сельскохозяйственных культур с учетом климата, почвы и агротехники [6]. Они позволяют прогнозировать урожайность, учитывать климатические изменения и стрессовые факторы (засуха, жара, засоленность) [15]. Используются как механистические, так и эмпирические модели (*DSSAT*, *CropSyst*, *ALMANAC*) [16], предоставляя среду для анализа взаимодействий растения и среды без риска для реального производства [6].

Статистические модели используют исторические данные для выявления закономерностей и взаимосвязей в сельском хозяйстве [7]. Основные методы:

- *Регрессионный анализ* прогнозирует урожайность по метео- и почвенным факторам.

- *Анализ временных рядов* позволяет предсказывать цены и сезонные колебания урожая.

- *Панельные данные* учитывают неоднородность объектов (фермы, регионы) при динамическом анализе. Модели применяются для оценки погодных влияний, плодородия почвы, а также последствий климатических изменений, обеспечивая точное планирование [17].

Эконометрические модели используют статистику для анализа экономических процессов в сельском хозяйстве [18]. Методы включают регрессионные и временные модели (в т. ч. *ARIMA*), панели и функции Кобба—Дугласа [19]. Они позволяют прогнозировать урожайность, управлять ресурсами, оценивать риски и влияние политики, способствуя обоснованным экономическим решениям.

Результаты и обсуждение. Математическое моделирование предоставляет мощные инструменты для анализа и оптимизации производственно-экономических процессов

в сельском хозяйстве Российской Федерации. При выборе модели для анализа аграрных процессов ключевым является качество исходных данных. Полнота и достоверность информации позволяют применять оптимизационные и эконометрические подходы с высокой интерпретируемостью. Если же данные содержат пропуски, выбросы или значительный шум, предпочитают методы машинного обучения, способные адаптироваться к таким особенностям. Гибридный подход, где *ML*-алгоритмы предварительно очищают и обрабатывают данные для последующего эконометрического анализа, повышает точность прогнозов. Важно учитывать степень полноты, уровень аномалий, объем выборки и специфику исследуемого процесса. Ниже представлены формулы, зоны применения и реальные примеры использования различных типов моделей.

Оптимизационные модели нацелены на поиск наилучших решений при заданных ограничениях, часто стремясь максимизировать прибыль или урожайность при минимизации затрат.

Линейное программирование. Общая формула:

Максимизировать (или минимизировать) целевую функцию:

$$Z = C^1 X^1 + C^2 X^2 + \dots + C_j X_j$$

при ограничениях:

$$A^{11} X^1 + A^{12} X^2 + \dots + A^{1j} X_j \leq (\text{или } \geq, =) B^1,$$

$$A^{21} X^1 + A^{22} X^2 + \dots + A^{2j} X_j \leq (\text{или } \geq, =) B^2,$$

$$A^{i1} X^1 + A^{i2} X^2 + \dots + A^{ij} X_j \leq (\text{или } \geq, =) B_i,$$

$$\text{и } X_i \geq 0 \text{ для всех } i.$$

В России разрабатывают экономико-математические модели для прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур, основанные на биоклиматическом потенциале агроландшафта, земельных ресурсах и сортах культур, с критерием максимального чистого дохода. Модели помогают оптимизировать параметры посева и дозы удобрений для достижения осуществимых урожаев. В качестве примера применяется задача линейного программирования для оптимизации посевных площадей на 3200 га пашни, где анализируются урожайность, цена реализации, затраты на гектар и прибыль для зерновых, сахарной свеклы и подсолнечника, что способствует максимизации прибыли. Ограничения могут включать:

- Общая площадь пашни. $X1$ (зерновые) + $X2$ (сахарная свекла) + $X3$ (подсолнечник) ≤ 3200 га.

- Ограничение на площадь под технические культуры (например, не более 25 % от общей площади). $X2 + X3 \leq 800$ га.

- Ограничения по трудовым ресурсам. $1.5X1 + 4.5X2 + 1.5X3 \leq 7000$ чел.-дн.

- Ограничения по минеральным удобрениям. $2X1 + 15X2 + 2.3X3 \leq 15\,000$ ц.д.в.

- Гарантированное производство запланированного объема зерна. Целевая функция — максимизация общей прибыли. $2.89X1 + 7.93X2 + 3.63X3 \rightarrow \max$. Решение такой задачи с помощью моделей позволяет определить оптимальное распределение площадей под культуры для получения максимальной прибыли.

Нелинейное программирование. Общая формула:

Максимизировать (или минимизировать) $f(x^1, x^2, \dots, x_n)$

при ограничениях: $g_i(x^1, x^2, \dots, x_n) \leq (\text{или } \geq, =) b_i$

для $i = 1, 2, \dots, m$,

и при $x_i \geq 0$.

В России исследуют многокритериальную нелинейную модель для оценки потенциала роста урожайности сои, т. к. показатели ниже мировых, что подчеркивает возможность для модернизации. Динамическая оптимизация применяется для поиска последовательности решений во времени с целью экстремизации целевой функции, снижая затраты на топливо и логистику в южных регионах через автоматизированные топливораздаточные комплексы, мониторинг транспорта и геоаналитику. Многокритериальная оптимизация, приводящая к Парето-оптимальным решениям, используется для выбора характеристик мобильных энергетических средств, учитывая производительность, энергопотребление, обслуживание и влияние на почву. На примере трактора *John Deere 8310R* с плугом ПЛН-8-35 анализируются эксплуатационные режимы и эффективность агрегатов для определения приоритетных параметров в условиях противоречивости критериев.

Имитационные модели — это компьютерные модели, имитирующие рост и развитие сельскохозяйственных культур в зависимости от различных факторов. В России используются для прогнозирования урожайности, оценки влияния климатических факторов и оптимизации управления ресурсами в различных регионах, включая Россию.

Статистические модели.

Регрессионный анализ. Общая формула:

$$Y = \alpha + \beta^1 X^1 + \beta^2 X^2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon,$$

где Y — зависимая переменная;

X_i — независимые переменные;

α — константа;

β_i — коэффициенты регрессии;

ε — ошибка.

В России используется для оценки влияния факторов (например, инвестиций, численности работников, урожайности зерновых) на объем сельскохозяйственного производства в регионах [2].

Анализ временных рядов (ARIMA). Общая формула включает авторегрессионную (AR), интегрированную (I) и скользящего среднего (MA) составляющие для моделирования временных зависимостей [5].

В России применяется для прогнозирования цен на сельскохозяйственную продукцию и урожайности.

Панельные данные. Общая формула [16]:

$$Y'_i = \alpha_i + \beta X'_i + \varepsilon'_i,$$

где i — индекс объекта (например, региона);

t — индекс времени;

α_i — индивидуальный эффект;

β — вектор коэффициентов;

ε'_i — ошибка.

В России используется для анализа влияния климатических изменений, технологических факторов и цен производителей на урожайность и валовые сборы сельхозкультур [2].

Эконометрические модели.

Производственная функция Кобба—Дугласа. Общая формула [7]:

$$Q = A \times L^{(\alpha)} \times K^{(\beta)},$$

где Q — объем производства;

L — затраты труда;

K — затраты капитала;

A — общий фактор производительности;

α и β — коэффициенты эластичности.

В России используется для оценки влияния факторов (трудовые ресурсы, инвестиции в основной капитал, загрязнение окружающей среды) на экономический рост сельского хозяйства России [3].

Основные выводы. Математическое моделирование — эффективный инструмент для прогнозирования и принятия решений в аграрной сфере, обеспечивающий количественную оценку сложных систем [1]. Оно повышает точность и логичность экономического анализа. Оптимизационные модели способствуют росту урожайности и прибыли при минимальных затратах, обеспечивая эффективное распределение ресурсов [13]. Имитационные модели анализируют влияние климата и стресс-факторов на урожайность, а статистические методы позволяют количественно оценивать эти связи [18]. Эконометрические модели важны для прогнозирования рынков и формирования аграрной политики [6]. Внедрение ГИС, дистанционного зондирования, машинного обучения и анализа больших данных усиливает потенциал моделирования в управлении цепочками поставок и повышении производственной эффективности [20]. Увеличивается интерес к моделям, учитывающим климатические риски и устойчивость агротехнологий.

Проблемы и перспективы. Обзор научных изысканий по математическим моделям в сельскохозяйственном производстве и экономике представлен в таблице.

Таблица

Научные изыскания по математическим моделям в сельскохозяйственном производстве и экономике

Название статьи	Авторы и год публикации	Описанные модели	Основные результаты/выводы, связанные с оптимизацией/производством/экономикой	Примечание
Mathematical Modeling in Agricultural Economics: Predictive Tools for Sustainable Development [5]	Varshney G., Kumar A. 2021	Линейное программирование, нелинейное программирование, динамическая оптимизация, многокритериальная оптимизация, линейная регрессия, временные ряды (ARIMA), панельная регрессия	Линейное программирование. $Z = \sum C_j X_j$, ограничения. $\sum A_{ij} X_j \leq B_i, X_j \geq 0$. Нелинейное программирование. $\text{Max/Min } f(x)$, ограничения. $g(x) \leq b_i, x_i \geq 0$. Линейная регрессия. $Y = \alpha + \sum \beta_i X_i + \varepsilon$. ARIMA. $(1 - \sum \phi_i B^i)(1 - B)^d Z_t = (1 - \sum \theta_i B^i) a_t$. Панельная регрессия. $Y'_i = \alpha_i + \beta X'_i + \varepsilon'_i$.	—

Окончание таблицы

Название статьи	Авторы и год публикации	Описанные модели	Основные результаты/выводы, связанные с оптимизацией/производством/экономикой	Примечание
Optimization Models for Harvest and Production Planning in Agri-Food Supply Chain: A Systematic Review [6]	Taşkın T., Bilgen B. 2021	Линейное программирование, целочисленное программирование, смешанное целочисленное программирование, нелинейное программирование, стохастическое программирование, нечеткое программирование, гибридные модели, динамическое программирование	Обзор оптимизационных моделей для планирования сбора урожая и производства в агропродовольственной цепочке, выявление тенденций, пробелов и будущих возможностей исследований	Линейное программирование, нелинейное программирование, динамическое программирование и др.
Economic and mathematical modelling of estimating the use of basic production resources of agricultural formations [1]	Ainakulov Z., Akhmetov K., Ospanov S., Kurmankulova G., Tengaeva A., Schüle H., Kurmanbek T. 2024	Экономико-математическая модель оптимизации отраслевой структуры производства	Использование экономико-математических оптимизационных моделей может значительно повысить эффективность производства и использования ресурсного потенциала сельскохозяйственных формирований	Алматинская область
Agricultural production optimization through predictive modelling [16]	Pasrija B., Gupta M., Gupta A. K. 2024	Логистическая регрессия, машина опорных векторов, k -ближайших соседей, случайный лес, градиентный бустинг, многослойный перцептрон, дерево решений	Модель машинного обучения с точностью до 99,54 % для помощи фермерам в выборе оптимальных культур и рекомендации по внесению удобрений на основе почвенных и климатических условий. Логистическая регрессия. используется сигмоидная функция. SVM. использует ядра для классификации.	—
Crop simulation models as decision tools to enhance agricultural system productivity and sustainability – a critical review [7]	Banerjee K., Dutta S., Das S., Sadhukhan R. 2025	Имитационные модели (механистические и эмпирические)	Критическая оценка подходов к моделированию сельскохозяйственных культур как инструмента повышения продуктивности и устойчивости. Механистические модели базируются на физиологических процессах, эмпирические — на статистических зависимостях	—
Mathematical Modeling for Estimating the Risk of Rice Farmers' Losses Due to Weather Changes [17]	Riaman, Sukono, Supian S., Ismail N. 2022	Производственная функция Кобба—Дугласа, оценка риска посредством $TVaR$	Модель для оценки риска потерь урожая риса из-за погодных изменений с использованием функции Кобба—Дугласа и подхода $TVaR$	Функция Кобба—Дугласа. $Q = \beta X^{1(a)} X^{2(a)} X^{3(a)} e^{(-)}$; $TVaR$. Математическое определение приведено в статье
Econometric studies in forecasting increased yield productivity of agricultural crops [12]	Makhmudova N. R., Shadmanov K. K., Kodirova N. T., Samigova N. H., Narzullaev D. Z. 2024	Эконометрические модели прогнозирования (линейные уравнения тренда)	Разработка эконометрических моделей для прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур (хлопок, пшеница, картофель) в Узбекистане. Линейное уравнение тренда. $y_i(t) = a_1 t_i + a_0$	Узбекистан
Use of mathematical models in agricultural economics analysis [18]	Singh O. P., Singh N., Singh B. P., Singh D. 2017	Математическая модель производства и переработки сельскохозяйственной продукции как единой экономической системы	Разделение экономических и технологических процессов в сельском хозяйстве на четыре этапа с использованием производственных функций и регрессионных уравнений для анализа изменений в сельскохозяйственной и перерабатывающей промышленности	Этап 1. $Xt = a^0 e^{(a^1)} \times Ct^{(a^1)} \times Lt^{(a^2)}$. Этап 2. $Xt = a^0 + a^1(1 - \omega)Xt + a^2Lt + a^3Ht + a^4Ot + a^5t$. Этап 3. $X = \beta(1 - y)(1 - z)Xt \times (Pd/Pr)$. Этап 4. $Yt = a^0 Ct^{(a^1)} \times Lt^{(a^2)} \times (Xt + \Delta X)^{(a^3)}$.

Примечание: составлено автором.

Ключевые трудности связаны с доступностью и качеством данных, особенно в развивающихся регионах [3]. Требуется баланс между сложностью модели и ее применимостью, а также интеграция разных типов моделей для комплексного анализа [1]. Гибридные модели, объединяющие преимущества *ML* и эконометрики, позволяют выявлять скрытые зависимости и учитывать структурные экономические факторы. В Краснодарском крае на предприятии «Агрокомплекс Золотое Поле» применяется гибридный подход для прогнозирования урожайности зерновых. *ML*-алгоритмы анализируют дистанционные данные и климатические параметры, а эконометрическая модель учитывает себестоимость, затраты на удобрения и рыночные условия, что позволяет оптимизировать распределение посевных площадей и повышать прибыль. В Башкортостане, на молочном заводе «БашМолоко», гибридная модель используется для прогнозирования динамики производства молочной продукции. Алгоритмы машинного обучения выявляют сезонные колебания и анализируют данные по качеству корма, в то время как эконометрическая часть оценивает влияние государственной поддержки, затрат на производство и рыночные цены. Такой интегрированный подход помогает улучшить планирование производства и снизить риски. Также актуальным направлением остается адаптация моделей к локальным условиям [3]. Модели нуждаются в постоянной актуализации с учетом климатических, политических и рыночных изменений [8]. Возрастает роль машинного обучения и анализа данных в создании моделей, учитывающих неопределенности и риски [13]. Важно обеспечить доступность моделей для фермеров,

политиков и других заинтересованных сторон. Возрастает спрос на модели, учитывающие экологическую устойчивость и климатические вызовы.

Заключение

Математическое моделирование играет ключевую роль в оптимизации сельскохозяйственного производства и экономических процессов. В исследовании рассмотрены оптимизационные, имитационные, статистические и эконометрические модели, применяемые для прогнозирования урожайности, распределения ресурсов и управления экономическими показателями, что снижает неопределенности при принятии решений и улучшает планирование в условиях изменения климата и ограниченности ресурсов.

Анализ методов выявил как преимущества традиционных подходов, так и необходимость внедрения цифровых технологий, таких как ГИС, дистанционное зондирование, машинное обучение и анализ больших данных. Технологии расширяют возможности моделирования, позволяя адаптировать модели к региональным, климатическим и экономическим особенностям.

Полученные результаты подтверждают соответствие исследования поставленным целям и задачам. Разработанные рекомендации по адаптации моделей и улучшению качества исходных данных могут быть применены фермерами, агропредприятиями и государственными органами для повышения эффективности аграрного сектора. Проблемы качества исходных данных и адаптации моделей требуют дальнейших исследований. Дальнейшая эволюция математического моделирования определит будущее сельского хозяйства, обеспечивая его экономическую стабильность, продовольственную безопасность и устойчивое развитие.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Economic and mathematical modelling of estimating the use of basic production resources of agricultural formations / Z. Ainakulov, K. Akhmetov, S. Ospanov et al. // AIP Conference Proceedings. 2024. Vol. 3033. Art. 020022. DOI: 10.1063/5.0188482.
2. Ефремов А. А., Ковалев И. Л. Обзор тенденций цифровой трансформации сельскохозяйственного производства // Аграрная экономика. 2023. № 1. С. 50—57. DOI: 10.29235/1818-9806-2023-1-50-57.
3. Мясоєдов А. И. Применение математических методов в экономике. специфика, проблемы, перспективы // Beneficium. 2020. № 3. С. 35—47. DOI: 10.34680/BENEFICIUM.2020.3(36).35-47.
4. Нефедова Л. А., Чемерис О. С. Разработка архитектуры информационно-технологической поддержки процессов НИОКР на производственном предприятии // Глобальный научный потенциал. 2023. № 10(151). С. 205—211.
5. Varshney G., Kumar A. Mathematical Modeling in Agricultural Economics: Predictive Tools for Sustainable Development // International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication. 2021. Vol. 9. Iss. 12. Pp. 174—178.
6. Taşkın T, Bilgen B. Optimization Models for Harvest and Production Planning in Agri-Food Supply Chain: A Systematic Review // Logistics. 2021. Vol. 5. Iss. 3. Art. 52. DOI: 10.3390/logistics5030052.
7. Banerjee K., Dutta S., Das S., Sadhukhan R. Crop simulation models as decision tools to enhance agricultural system productivity and sustainability – a critical review // Technology in Agronomy. 2025. Vol. 5. Art. e002. DOI: 10.48130/tia-0024-0032.
8. Асадуллин М. Р., Симонов П. М. Экономико-математическое моделирование как метод поиска оптимальных условий контракта, основанного на показателях деятельности // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2015. Т. 20. № 5. С. 1012—1018.
9. Чемерис О. С., Карпович Р. В. Моделирование экономической эффективности внедрения умных технологий на сельхозпредприятиях // Вестник Бурятского государственного университета. Экономика и менеджмент. 2025. № 1. С. 159—166. DOI: 10.18101/2304-4446-2025-1-159-166.
10. The DSSAT cropping system model / J. W. Jones, G. Hoogenboom, C. H. Porter et al. // European Journal of Agronomy. 2003. Vol. 18. Iss. 3—4. Pp. 235—265. DOI: 10.1016/S1161-0301(02)00107-7.
11. An overview of APSIM, a model designed for farming systems simulation / B. A. Keating, P. S. Carberry, G. L. Hammer et al. // European Journal of Agronomy. 2003. Vol. 18. Iss. 3—4. Pp. 267—288. DOI: 10.1016/S1161-0301(02)00108-9.
12. Econometric studies in forecasting increased yield productivity of agricultural crops / N. R. Makhmudova, K. K. Shadmanov, N. T. Kodirova et al. // E3S Web of Conferences. 2024. Vol. 494. Art. 04040. DOI: 10.1051/e3sconf/202449404040.
13. Melnikov Y. B., Skvortsov E., Zablitskaia N., Kurdyumov A. Modeling of Territorial and Managerial Aspects of Robotization of Agriculture in Russia // Mathematics. 2022. Vol. 10. Iss. 14. Art. 2540. DOI: 10.3390/math10142540.

14. Papageorgiadis N., Sharma A. Intellectual property rights and innovation: A panel analysis // *Economics Letters*. 2016. Vol. 141. Pp. 70—72. DOI: 10.1016/j.econlet.2016.01.003.
15. Park W. G. International patent protection: 1960–2005 // *Research Policy*. 2008. Vol. 37. Iss. 4. Pp. 761—766. DOI: 10.1016/j.respol.2008.01.006.
16. Pasrija B., Gupta M., Gupta A. K. Agricultural production optimization through predictive modelling // *International Research Journal of Modern Engineering and Technology Science*. 2024. Vol. 6. Iss. 11. Pp. 2369—2371. DOI: 10.56726/IRJMETS63981.
17. Riaman, Sukono, Supian S., Ismail N. Mathematical Modeling for Estimating the Risk of Rice Farmers' Losses Due to Weather Changes // *Computation*. 2022. Vol. 10. Iss. 8. Art. 140. DOI: 10.3390/computation10080140.
18. Singh O. P., Singh N., Singh B. P., Singh D. Use of mathematical models in agricultural economics analysis // *Ramanujan Society of Mathematics and Mathematical Sciences*. 2017. Vol. 6. No. 1. Pp. 157—162.
19. Чемерис О. С., Борисенко Б. Д. Оптимизация производственных ресурсов наукоемких предприятий: математическая модель с учетом фиксированной доли импорта // *Техноэкономика*. 2024. Т. 3. № 4. С. 4—13. (На англ. яз.) DOI: 10.57809/2024.3.4.11.1.
20. Xiao D., Shi W. Modeling the Adaptation of Agricultural Production to Climate Change // *Agriculture*. 2023. Vol. 13. Iss. 2. Art. 414. DOI: 10.3390/agriculture13020414.

REFERENCES

1. Ainakulov Z., Akhmetov K., Ospanov S. et al. Economic and mathematical modelling of estimating the use of basic production resources of agricultural formations. *AIP Conference Proceedings*. 2024;3033:020022. DOI: 10.1063/5.0188482.
2. Efremov A., Kovalev I. Review of trends of digital transformation of agricultural production. *Agrarnaya ekonomika = Agrarian Economics*. 2023;1:50—57. (In Russ.) DOI: 10.29235/1818-9806-2023-1-50-57.
3. Myasoyedov A. I. Application of mathematical methods in economics: specificity, problems, prospects. *Beneficium*. 2020;3:35—47. (In Russ.) DOI: 10.34680/BENEFICIUM.2020.3(36).35-47.
4. Nefedova L. A., Chemeris O. S. Development of architecture of information-technological support of R&D processes at the production enterprise. *Global'nyi nauchnyi potentsial = Global scientific potential*. 2023;10(151):205—211. (In Russ.)
5. Varshney G., Kumar A. Mathematical Modeling in Agricultural Economics: Predictive Tools for Sustainable Development. *International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication*. 2021;9(12):174—178.
6. Taşkın T., Bilgen B. Optimization Models for Harvest and Production Planning in Agri-Food Supply Chain: A Systematic Review. *Logistics*. 2021;5(3):52. DOI: 10.3390/logistics5030052.
7. Banerjee K., Dutta S., Das S., Sadhukhan R. Crop simulation models as decision tools to enhance agricultural system productivity and sustainability – a critical review. *Technology in Agronomy*. 2025;5:e002. DOI: 10.48130/tia-0024-0032.
8. Asadullin M.R., Simonov P.M. Economical and mathematical modeling as a method for setting the optimal terms of performance-based contracts. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya Estestvennye i tekhnicheskie nauki = Tambov University Reports. Series Natural and Technical Sciences*. 2015;20(5):1012—1018. (In Russ.)
9. Chemeris O. S., Karpovich R. V. Modeling the Economic Efficiency of Implementing Smart Technology at Agricultural Enterprises. *Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta. Ekonomika i menedzhment = BSU bulletin. Economy and Management*. 2025;1:159—166. (In Russ.) DOI: 10.18101/2304-4446-2025-1-159-166.
10. Jones J. W., Hoogenboom G., Porter C. H. et al. The DSSAT cropping system model. *European Journal of Agronomy*. 2003;18(3—4):235—265. DOI: 10.1016/S1161-0301(02)00107-7.
11. Keating B. A., Carberry P. S., Hammer G. L. et al. An overview of APSIM, a model designed for farming systems simulation. *European Journal of Agronomy*. 2003;18(3—4):267—288. DOI: 10.1016/S1161-0301(02)00108-9.
12. Makhmudova N. R., Shadmanov K. K., Kodirova N. T et al. Econometric studies in forecasting increased yield productivity of agricultural crops. *E3S Web of Conferences*. 2024;494:04040. DOI: 10.1051/e3sconf/202449404040.
13. Melnikov Y. B., Skvortsov E., Ziablitskaia N., Kurdyumov A. Modeling of Territorial and Managerial Aspects of Robotization of Agriculture in Russia. *Mathematics*. 2022;10(14):2540. DOI: 10.3390/math10142540.
14. Papageorgiadis N., Sharma A. Intellectual property rights and innovation: A panel analysis. *Economics Letters*. 2016;141:70—72. DOI: 10.1016/j.econlet.2016.01.003.
15. Park W. G. International patent protection: 1960–2005. *Research Policy*. 2008;37(4):761—766. DOI: 10.1016/j.respol.2008.01.006.
16. Pasrija B., Gupta M., Gupta A. K. Agricultural production optimization through predictive modelling. *International Research Journal of Modern Engineering and Technology Science*. 2024;6(11):2369—2371. DOI: 10.56726/IRJMETS63981.
17. Riaman, Sukono, Supian S., Ismail N. Mathematical Modeling for Estimating the Risk of Rice Farmers' Losses Due to Weather Changes. *Computation*. 2022;10(8):140. DOI: 10.3390/computation10080140.
18. Singh O. P., Singh N., Singh B. P., Singh D. Use of mathematical models in agricultural economics analysis. *Ramanujan Society of Mathematics and Mathematical Sciences*. 2017;6(1):157—162.
19. Chemeris O. S., Borysenko B. D. Optimization of production resources in science-based companies: a mathematical model including a fixed share of imports. *Tekhnnoekonomika = Technoeconomics*. 2024;3(4):4—13. DOI: 10.57809/2024.3.4.11.1.
20. Xiao D., Shi W. Modeling the Adaptation of Agricultural Production to Climate Change. *Agriculture*. 2023;13(2):414. DOI: 10.3390/agriculture13020414.

Статья поступила в редакцию 30.05.2025; одобрена после рецензирования 12.06.2025; принята к публикации 16.06.2025.
The article was submitted 30.05.2025; approved after reviewing 12.06.2025; accepted for publication 16.06.2025.