Научная статья
УДК 37.013+372.581
DOI: 10.25683/VOLBI.2025.72.1346

Victoria Igorevna Snegurova
Doctor of Pedagogy,
Leading Researcher
of the Center for Mathematical
and Natural-Scientific General Education,
Institute of Content and Methods of Teaching
named after V. S. Lednev
Moscow, Russian Federation
snegurova@bk.ru

Виктория Игоревна Снегурова
д-р пед. наук,
ведущий научный сотрудник
Центра математического
и естественно-научного общего образования,
Институт содержания и методов обучения
имени В. С. Леднева
Москва, Российская Федерация
snegurova@bk.ru

Natalia Vladimirovna Ezhova
Senior Lecturer
of the Department of Higher Mathematics,
Peter the Great St. Petersburg
Polytechnic University
Saint Petersburg, Russian Federation
ezhovanv@gmail.com

Наталья Владимировна Ежова
старший преподаватель
кафедры высшей математики,
Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого
Санкт-Петербург, Российская Федерация
ezhovanv@gmail.com

АНАЛИЗ СФОРМИРОВАННОСТИ УМЕНИЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ У БУДУЩИХ СТАРШЕКЛАССНИКОВ (НА ПРИМЕРЕ АБИТУРИЕНТОВ ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫХ КУРСОВ ПРИ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОМ ЛИЦЕЕ ПРИ СПБПУ ПЕТРА ВЕЛИКОГО)

5.8.2 — Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования)

Аннотация. *Статья посвящена проблеме анализа сформированности у девятиклассников умения решать задачи с целью выявления актуальных затруднений, мешающих их дальнейшему обучению. Умение решать задачи (не только математические, но и химические, физические, экономические) является ключевым компонентом образовательной подготовки. В статье представлен анализ уровня развития умения решать задачи среди учащихся 9 классов различных школ Санкт-Петербурга, обучавшихся на подготовительных курсах при Естественно-научном лицее при Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого. В исследовании отмечаются когнитивные процессы, влияющие на способность учеников анализировать условия задачи, выделять ключевые элементы и выстраивать логическую последовательность действий для ее успешного решения. Цель исследования заключается в выявлении типичных трудностей, возникающих у школьников при решении различных математических задач, а также разработке рекомендаций для педагогов по повышению эффективности обучения данному навыку. Указывается на роль мотивации, индивидуальных особенностей восприятия материала и опыта самостоятельной деятельности учащихся. Методология исследования включает комплексные диагностические мероприятия, такие как тестирование, собеседование и наблюдение за процессом решения задач в естественных условиях учебного процесса, предоставляется сравнительный результат анализа работ вступительных испытаний нескольких периодов. Результаты исследования показали, что значительная часть девятиклассников испытывает затруднения при решении задач, требующих применения теоретических знаний в нестандартных ситуациях. Наиболее распространенные проблемы: недостаточное понимание условия задачи, неумение выделять ключевые элементы, ошибки в выборе стратегии решения и слабое владение алгоритмическими приемами. Полученные результаты позволяют сделать вывод о необходимости изменения подходов к обучению решению задач, учитывая особенности мышления современных подростков и индивидуальные особенности каждого ученика. Статья может представлять интерес для учителей математики, студентов педагогических вузов, а также любых специалистов, заинтересованных в повышении качества образования старшеклассников.*

Ключевые слова: *особенности мышления подростка, математика, задача, математическая задача, классификация задач, типы задач, решение задачи, обучение математике, анализ навыка решения, методика преподавания математики*

Для цитирования: Снегурова В. И., Ежова Н. В. Анализ сформированности умения решать задачи у будущих старшеклассников (на примере абитуриентов подготовительных курсов при Естественно-научном лицее при СПбПУ Петра Великого) // Бизнес. Образование. Право. 2025. № 3(72). С. 379—387. DOI: 10.25683/VOLBI.2025.72.1346.

© Снегурова В. И., Ежова Н. В., 2025
© Snegurova V. I., Ezhova N. V., 2025

Original article

ANALYSIS OF THE DEVELOPMENT OF PROBLEM-SOLVING ABILITIES IN FUTURE HIGH SCHOOL STUDENTS (ON THE EXAMPLE OF APPLICANTS OF PREPARATORY COURSES AT THE NATURAL SCIENCE LYCEUM OF PETER THE GREAT SPBPU)

5.8.2 — Theory and methodology of training and education (by areas and levels of education)

Abstract. *The article is devoted to the problem of analyzing the development of ninth-graders' problem-solving skills in order to identify current difficulties that hinder their further education. The ability to solve problems (not only mathematical, but also chemical, physical, and economic) is a key component of educational preparation. The article presents an analysis of the level of development of problem-solving skills among 9th-graders of various St. Petersburg schools who studied in preparatory courses at the Natural Science Lyceum of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. The study highlights cognitive processes that affect students' ability to analyze the problem statement, identify its key elements, and build a logical sequence of actions for its successful solution. The purpose of the study is to identify typical difficulties that schoolchildren encounter when solving various mathematical problems, as well as to develop recommendations for teachers to improve the effectiveness of teaching this skill. The role of motivation, individual characteristics of material perception, and the experience of independent activity of students is indicated. The research methodology includes complex diagnostic measures, such as testing, interviews and observation of the problem solving process in natural conditions of the educational process, a comparative analysis of the result of entrance examinations for several periods is provided. The results of the study show that a significant part of ninth-graders has difficulties in solving problems which require the application of theoretical knowledge in non-standard situations. The most common problems are: insufficient understanding of the problem statement, inability to identify key elements, errors in choosing a solution strategy and poor knowledge of algorithmic techniques. The obtained results allow us to conclude that it is necessary to change approaches to teaching problem solving, taking into account the peculiarities of modern adolescents` thinking and the individual characteristics of each student. The article may be of interest to mathematics teachers, students of pedagogical universities, as well as any specialists interested in improving the quality of education of high school students.*

Keywords: *peculiarities of adolescents' thinking, mathematics, problem, mathematical problem, classification of problems, types of problems, problem solving, teaching mathematics, analysis of problem-solving skill, methods of teaching mathematics*

For citation: Snegurova V. I., Ezhova N. V. Analysis of the development of problem-solving abilities in future high school students (on the example of applicants of preparatory courses at the Natural Science Lyceum of Peter the Great SPbPU). *Biznes. Obrazovanie. Pravo = Business. Education. Law*. 2025;3(72):379—387. DOI: 10.25683/VOLBI.2025.72.1346.

Введение

Актуальность. Ранее нами было сформулировано предположение о том, что современные школьники плохо решают задачи, которые требуют развернутого анализа [1]. При этом умение решать задачи является одним из ключевых показателей сформированности метапредметных компетенций у учащихся. Данное умение отражает способность ученика применять теоретические знания к решению конкретных задач, логически мыслить, анализировать информацию, находить более рациональные способы достижения цели. Умение решать задачи критически важно не только для успешной сдачи экзаменов или дальнейшего обучения (особенно если речь идет о физико-математических классах), но и необходимо осознавать, что данный навык лежит в основе большинства современных профессий: инженер, программист, экономист, врач, юрист и др.

При этом, к сожалению, традиционные методы преподавания зачастую по-прежнему делают акцент на механическом заучивании алгоритмов решения задач, хотя современные образовательные стандарты требуют перехода к деятельностному подходу, формированию у школьников умения самостоятельно находить интересные решения, развивать логику и гибкость мышления. Поэтому своевременный анализ текущего уровня сформированности умения решения задач может помочь вовремя выявить слабые места в учебном процессе и наметить эффективные стратегии по их устранению.

Качество образования всегда отражало уровень развития общества. Изучение и улучшение умения решать задачи школьниками разных возрастных категорий способствует повышению общего уровня образованности, конкурентоспособности выпускников и, как следствие, развитию науки и экономики страны в целом.

Таким образом, исследование умения решать различные задачи будущими старшеклассниками актуально как с педагогической, так и с социальной точки зрения. Его результаты могут быть использованы для корректировки имеющихся учебных программ, разработки новых методических подходов к обучению старшеклассников и, как следствие, повышению уровня образованности наших выпускников.

Изученность проблемы. Что такое задача, какие типы задач существуют, как научить детей решать задачи — эти вопросы задаются не один десяток лет. Многие выдающиеся методисты, педагоги, психологи в разное время задавались вопросом: почему школьники не могут в полной мере освоить тот или иной материал, и в том числе почему не формируется в полной мере умение решать задачи (математические и не только)? Вопросам формирования и развития различных видов мышления и интеллекта занимались психологи Ж. Пиаже [2], Л. С. Выготский [3], В. В. Давыдов [4], П. Я. Гальперин [5], О. К. Тихомиров [6]. Вопросам определения и классификации задач свои работы посвятили И. И. Александров [7], А. И. Гольденберг [8], Ю. М. Колягин [9].

Интересна работа В. В. Сибирева, в которой он анализирует причины прерывания поиска решения задач не только с психологической, но и с физиологической точки зрения [10]. Позже он возвращается к исследованию вопроса решения задач школьниками 8 класса, но уже рассматривает более узкую тематику — решение практико-ориентированных и контекстных задач, существенно урезая возрастную группу [11].

Психологи выделяют два способа деятельности при решении задач: алгоритмический и эвристический. Первый предполагает следование определенному алгоритму (или четкое выполнение конкретных инструкций), второй предполагает творческий подход, самостоятельный поиск путей решения задачи. Эвристический подход к урокам геометрии в 8 классе рассмотрен в работе Я. В. Павловой и С. М. Макаровой [12]. Д. И. Печикина рассматривает возможности использования алгоритмического подхода для формирования самостоятельной деятельности учащихся на примере решения текстовых задач учениками 8 класса [13].

С развитием цифровых технологий появилось множество возможностей использования новых приемов при обучении школьников: интерактивные тренажеры, обучающие видео, онлайн-тесты, цифровые симуляторы. Но прежде чем предлагать подобные виды деятельности учащимся, необходимо, чтобы их освоили учителя. Цифровой симулятор по подготовке будущего учителя математики описывает в своей работе Э. Х. Галямова [14].

Не секрет, что задачи с параметром являются для учеников любого возраста самыми сложными. На данный момент существует множество статей, пособий, сайтов, содержащих большое количество разборов задач такого типа. Работ, адресованных учителям, преподавателям по методике обучения решения задач с параметром, существенно меньше. Вопросы, связанные с обучением школьников решению уравнений с параметром, рассматривает А. В. Камышов [15].

На данный момент достаточно много авторов обращаются к темам, что такое задача, как научить школьника решать задачи, но анализу умения решать задачи уделяется гораздо меньше внимания, хотя эта тема требует постоянного обновления из-за быстро меняющихся внешних факторов, например таких, как задачи, поставленные перед школой государством, или ожидание работодателей от выпускников.

В 2024 г. на портале Федерального института оценки качества образования был опубликован отчет о результатах общероссийской оценки качества общего образования по модели международных сопоставительных исследований качества образования за 2023 г. (https://fioco.ru/отчеты-мси), согласно которому средний балл по математической грамотности в России вырос до 507, что соответствует 16-му месту в рейтинге стран по данным исследования *PISA*-2018.

Согласно сравнительным результатам государственной итоговой аттестации по математике в форме ОГЭ, опубликованным на Официальном информационном портале государственной итоговой аттестации выпускников 9 и 11 классов в Санкт-Петербурге (https://ege.spb.ru), доля участников, получивших отметки «4» и «5», увеличилась по сравнению с 2023 г. на 12 %, процент неудовлетворительных оценок снизился. Качество знаний по математике за последние три года увеличилось почти на 15 %.

В данной статье приводятся результаты анализа наблюдений, полученных за 6 лет работы в Естественно-научном лицее (далее — ЕНЛ) при Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого Петра Великого (далее — СПбПУ). Полученные результаты демонстрируют, что на момент окончания основной школы и получения основного общего образования у большей части подростков навыки решения различных, в том числе математических задач сформированы недостаточно.

Цель статьи заключалась в подтверждении гипотезы о недостаточном развитии умения решать задачи современными девятиклассниками и в том, чтобы наметить путь решения данной проблемы, который заключается в эффективном обучении старшеклассников различным методам решения задач на уроках математики.

Задачи исследования: изучение актуального уровня сформированности у девятиклассников умения решать математические задачи на основе анализа результатов диагностики и выделение пути решения проблемы на основе изменения подхода к обучению решению задач, требующих развернутого анализа.

Научная новизна результатов проведенного исследования:

– сравнение результатов, которые продемонстрировали одни и те же учащиеся подготовительных курсов при написании вступительных экзаменов в ЕНЛ за два периода;

– выявление основных направлений, по которым девятиклассники показывают худшие результаты при решении различных задач;

– разработка первичных стратегий, направленных на устранение выявленной проблемы.

Теоретическая значимость исследования состоит в подтверждении разрыва между официальной статистикой, демонстрирующей рост математической грамотности, и реальным положением дел, а также выделении теоретических оснований разработки методики развития умения решать математические задачи.

Практическая значимость исследования состоит в разработке методики повышения уровня сформированности умения решать задачи у выпускников 9 классов.

Основная часть

Ежегодно ЕНЛ принимает в 10 класс около 80 новых учеников, прошедших конкурсный отбор. Большинство из них в течение года (а некоторые и двух лет) посещали подготовительные курсы, направленные на подготовку ребят к поступлению в лицей. Для учащихся подготовительных курсов есть возможность пройти не одну, а пару попыток вступительных испытаний, сторонние учащиеся имеют одну попытку. Важно, что все слушатели подготовительных курсов — это учащиеся разных школ, преимущественно из разных районов Санкт-Петербурга. Каждым предметом на курсах они занимаются один раз в неделю по 1,5 часа, т. е. основные знания и умения они получают преимущественно в своих школах [16].

Необходимость проведения вступительных испытаний продиктована несколькими причинами. Лицей не может ежегодно принимать более 80 чел., территориальный принцип на данное учебное заведение не распространяется. Значит, должны существовать разумные критерии возможности поступления. Конкурс аттестатов в данном случае не актуален, так как оценки в аттестате не всегда отражают реальную картину знаний ребенка. Набирать слушателей лицея только из числа абитуриентов подготовительных курсов невозможно, так как это нарушает права и возможности тех детей, которые принимают решения готовиться

к поступлению самостоятельно. Таких школьников достаточно много, и они нацелены пробовать свои силы для поступления в различные физико-математические классы или школы Санкт-Петербурга. В связи с этим система вступительных испытаний, по нашему мнению, наиболее разумна. Учащиеся подготовительных курсов имеют большие возможности для поступления. Этот контингент уже знаком преподавателям лицея, тогда как школьники, приходящие со стороны, — «темные лошадки». Поэтому для слушателей подготовительных курсов ЕНЛ организуется несколько попыток испытаний. Первая работа проводится в январе. Ее целью является понимание, насколько успешно слушатели усваивают материал. Для преподавателей — это информация о том, стоит ли что-то поменять в подаче материала, на каких темах сделать акцент или можно продолжать знакомить учеников с чем-то новым. Для кого-то из слушателей — это сигнал, что в силу каких-либо причин продолжать не стоит. Ну а кому-то, наоборот, хочется набрать обороты и обязательно поступить. Эта работа не дает права на поступление, ее баллы не идут в полном объеме в окончательный рейтинг поступающего. Но если работа написана хорошо, то по решению Совета лицея ученику присваиваются дополнительные баллы в рейтинг. В конце апреля проводится первая олимпиада для учащихся подготовительных курсов, результаты которой принимаются к рассмотрению при поступлении в лицей. Здесь уже можно в полном объеме судить о качестве знаний учеников, полученных за год, и об объеме работы, проделанной преподавателем с момента первой работы. Практически формируется основной коллектив лицеистов, будущих десятиклассников. В конце мая проводится олимпиада, в которой может участвовать любой желающий поступить в ЕНЛ. Все три работы проводятся на площадках СПбПУ, время написания работы — два астрономических часа. Вступительные испытания проводятся по физике и математике. Поступающие в химико-биологический класс пишут работы по химии и математике. По каждому предмету абитуриент может набрать от 0 до 100 баллов.

На протяжении многих лет для оценки задач мы использовали шкалу 0—5—10 баллов за каждую задачу. Так как лицей является структурным подразделением СПбПУ, то и использование шкалы 0—5—10 баллов было обусловлено существованием именно такой шкалы при оценивание различных олимпиадных работ Политехническим университетом. Но со временем мы были вынуждены изменить шкалу под воздействием объективных причин, связанных с особенностями решения учащимися задач. Существенно снизился процент испытуемых, которые могут довести решение задачи до логического завершения. Увеличилось количество тех, кому показалось, что он может решить задачу. То есть, человек списывает условие, делает пару-тройку действий в правильном направлении, а потом «клип» заканчивается, его внимание переключается на другое задание, а начатая задача оказывается незавершенной. К часто встречающимся ошибкам, количество которых увеличивается, относится, например, игнорирование области допустимых значений и области значений, необходимых для решения задачи, но получение при этом верных ответов. При этом можно предположить, что ученик все необходимые допущения или проверку полученного ответа сделал в уме, но мы стараемся делать варианты задач таким образом, чтобы это было максимально невозможно. Все эти факторы послужили причиной разработки новой шкалы.

Каждое задание оценивалось от 0 до 10 баллов:

• 0 — решение в корне неверно либо решение отсутствует;

• 2 — есть попытка осмысленного решения, предпринята попытка решения, но оно закончилось выполнением 1—2 шагов;

• 4 — предпринята попытка решения, сделаны шаги в сторону верного решения, около половины решения выполнено без ошибок, но задача не доведена до конца;

• 6 — решение предоставлено, ответ есть, но получены посторонние корни в связи с отсутствием анализа области значений или области допустимых значений; если нет необходимости наложения условий, то задание выполнено более чем наполовину;

• 8 — предоставлено верное решение, но допущена одна арифметическая ошибка, в результате которой получен неверный ответ;

• 10 — задача решена верно.

Хочется отметить, что задания вступительных испытаний для большинства абитуриентов являются нестандартными, несмотря на занятия на курсах (в силу недостатка времени, отведенных на них), либо в силу фрагментарности мышления (т. е. темы проходили в школе давно, на курсах вспомнил недостаточно, в результате имеется провал по той или иной теме). Кстати, последняя особенность мышления современных подростков скорее всего и есть причина большого количества 0 не только в нашей таблице, приведенной ниже, но и при проверке ОГЭ и ЕГЭ — подросток кажется помнит, что такое задание он точно видел, решал, и оно показалось ему простым, но когда он это задание записал, то оказалось, что как решать задачу, он не помнит.

Когда мы говорим о том, что старшеклассники не умеют решать задачи, на самом деле мы сокрушаемся не только о неумении решать квадратные уравнения или строить гиперболу. Известно, что понятие «задача» не является однозначным, так же как основные ее характеристики, такие как сложность и трудность. Родители ставят перед ребенком задачу — помыть посуду. Для кого-то это дело пяти минут, а для кого-то — трагедия и испорченное настроение на целый день. Учитель ставит задачу перед учеником — решить квадратное уравнение. И вновь реакция на задачу и ее выполнение могут быть различны.

Понятие «задача» имеет несколько трактовок. Его можно трактовать в общем значении, с философской, с психологической точки зрения, с позиции учебной деятельности. При обучении математике разные авторы тоже трактуют задачу несколько по-разному. Мы решили остановиться на определении и классификации, которую дает Ю. М. Колягин [9].

Ю. М. Колягин представляет задачу в виде символьной записи *ACRB*, где:

• *A* — начальное состояние или условие задачи;

• *C* — базис решения задачи, т. е. множество теоретических или практических факторов необходимых для обоснования решения;

• *R* — решение задачи, в частности способ преобразования условия задачи для нахождения требуемого заключением искомого;

• *B* — конечное состояние, т. е. необходимое заключение или цель решения задачи.

Возьмем данную трактовку за основу и будем считать задачей проблемную ситуацию, в которой можно выделить начальное условие, для которой существуют теоретические или практические правила необходимые для ее решения и есть цель решения задачи.

Необходимо понимать, что при решении любой задачи мы можем получить другую задачу, и это и будет целью решения первой задачи.

Поиск пути решения задачи зависит от того, к какому типу относится задача. Рассмотрим классификацию задач по Ю. М. Колягину. Согласно этой классификации, все задачи делятся на 5 типов, хотя особенно автор выделяет три:

• Задачи типа *ACRB* — известные факты, теоремы и их доказательства, формулировки правил — это *тренировочные упражнения (стандартная задача)*, т. е. самые теоретические или практические факты, образующие необходимую базу для решения более сложных задач, а также направленные на обучение школьника грамотной математической речи.

• Задачи типа *XCRB*, *AXRB*, *ACXB*, *ACRX* — задачи с одним неизвестным — *обучающие задачи*, к которым относится большинство задач школьных учебников математики (выполните действие, решите уравнение, постройте график функции и т. д.).

• Задачи типа *AXYB*, *XCRY*, *XYRB*, *ACXY*, *AXRY*, *XCYB* — задачи с двумя неизвестными компонентами — *поисковые задачи*, олимпиадные задачи, задачи с параметром. Чаще всего в школьной математике встречаем задачи типа *AXYB* — имеем условие, знаем к какому результату надо прийти, но нет никаких указаний ни по тематике, ни по пути поиска решения.

• Задачи типа *AXYZ*, *XCYZ*, *XYRZ*, *XYZB* — задачи с тремя неизвестными компонентами — *проблемные задачи* (изучи развитие математики на Руси в V веке, напиши программу, которая поможет школьнику изучать математику, исследуй возможности применения математики в своей будущей профессии и т. д.).

• Задачи типа *XYZT* — задачи, которые человек ставит перед собой сам, сам находит проблему, сам принимает решение о том, как он будет с ней справляться, насколько эта проблема и ее решение важны для всех. Это те задачи, которые решают ученые, художники, музыканты. Конечно, можно в качестве примера взять рядового ученика средней школы, который создал себе проблему — не хочу учиться и пытается решить эту проблему срывая уроки и прогуливая их, но эта не та проблемная ситуация, которую мы будем рассматривать в качестве задач последнего типа.

Любую задачу, согласно Ю. М. Колягину, мы будем называть учебной. На момент окончания 9 класса любой выпускник должен владеть умением решать *стандартные* и *обучающи*е задачи.

Структура вступительной работы по математике (или олимпиады) разрабатывается преподавателями лицея, исходя из следующих соображений. Будущий десятиклассник должен быть способен воспринимать новый материал и работать с ним, следовательно, он должен решать стандартные задачи, практически не задумываясь, уметь правильно решать и оформлять обучающие задачи и хотя бы анализировать поисковые задачи. Работа содержит 10 заданий, из них 8—9 задач — это обучающие задачи (3—4 — простые, 3 — среднего уровня и 2 — сложные), 1—2 задачи — это задачи поисковые, например задача с параметром или сюжетная задача, требующая рассуждений. Варианты составляются таким образом, чтобы прежде всего ученик продемонстрировал умение пользоваться основными формулами и принципами решения математической задачи (формулами сокращенного умножения, работа со степенями, работа с областью допустимых значений, с выражениями иррациональными и модулем, с формулами для арифметической и геометрической прогрессий). Большое внимание уделяется оформлению работы. Это важно, поскольку при подготовке к ОГЭ большой упор делается на тестовые задания, где важен только ответ, и школьники часто переносят этот принцип работы на всевозможные задачи. В наших вариантах задачи с кратким ответом, где не требуется запись решения, отсутствуют.

Результаты. Сравним результаты вступительных испытаний в ЕНЛ, прошедших в апреле и в мае 2024 г. Рассмотрим результаты, которые продемонстрировали слушатели подготовительных курсов, участвовавшие в двух попытках экзамена по математике. Статистику приведем именно для тех заданий, тематика которых совпадала на том и другом испытании, и, следовательно, дополнительно была проработана на занятиях между испытаниями. В апреле 2024 г. вступительные испытания по математике прошли 109 слушателей подготовительных курсов, 35 из них не стали участвовать в испытании в мае по разным причинам (например, кто-то набрал достаточное количество баллов и решил больше не рисковать), 74 чел. повторили попытку. В таблице приведены данные именно по тем абитуриентам, которые принимали участие как в обоих испытаниях. В таблице мы указали процентное соотношение выполнения каждого задания на двух испытаниях от общего количества испытуемых.

Выполнение заданий испытуемыми

Тип задачи	Количество учеников, получивших оценку (в процентах от общего количества) апрель/май							Средний процент выполнения	Средний % выполнения, соответствующих задач на ОГЭ
	не приступали	0 баллов	2 балла	4 балла	6 баллов	8 баллов	10 баллов		
Обучающие задачи									
Упрощение выражения	29,7/29,7	59,5/24,3	0/10,8	0/4,1	1,4/0	0/0	9,4/31,1	10,2/34,86	85,51
Решение системы	18,9/14,9	29,7/14,9	2,7/10,8	0/8,1	2,7/2,7	1,4/18,9	44,6/29,7	47,84/51,89	19,4
Решение уравнения с модулем	13,5/5,4	33,8/4,1	5,4/1,4	10,8/6,8	8,1/13,5	1,4/12,2	27/56,6	38,38/77,57	7,03
Решение иррационального / с модулем неравенства	13,5/20,3	16,2/29,7	12,2/17,6	16,2/9,4	9,4/8,1	0/2,7	32,5/12,2	47,03/26,49	72,85

Окончание таблицы

Тип задачи	Количество учеников, получивших оценку (в процентах от общего количества) апрель/май							Средний процент выполнения	Средний % выполнения, соответствующих задач на ОГЭ
	не приступали	0 баллов	2 балла	4 балла	6 баллов	8 баллов	10 баллов		
Поисковые задачи									
Сюжетная задача	44,6/35,1	24,3/40,5	2,7/5,4	2,7/1,4	2,7/0	1,4/2,7	21,6/14,9	25,95/18,65	19,27
Задача на арифметическую прогрессию	2,7/24,3	81/17,6	2,7/10,8	1,4/1,4	1,4/1,4	1,4/8,1	9,4/36,4	12,43/46,49	55,98
Задача с параметром	17,6/29,7	66,1/23,9	8,1/8,1	4,1/4,1	0/8,1	1,4/5,4	2,7/21,6	7,03/30	19,4
Задача на теорему Виета	18,9/27	28,4/21,6	9,4/16,2	2,7/4,1	0/1,4	1,4/8,1	39,2/21,6	43,24/33,78	87,14

Помимо этого, в январе 2025 г. прошла первая работа для новых слушателей подготовительных курсов, и мы смогли добавить некоторые новые наблюдения.

Первая задача — на упрощение выражения. Данная задача является обучающей типа *ACRX*, показывает знание учащимися формул тождественных преобразований, демонстрирует умение выбирать рациональный путь решения. Задачи такого типа являются одними из ключевых задач математики. В нашем случае задача была интересна тем, что в ней в первой олимпиаде фигурировали числа, а во второй буквы, в остальном она не изменилась. Задача на упрощение интересна еще и потому, что она является одной из базовых для ОГЭ, и чем ближе к экзамену, тем больше времени на повторение уделяется таким задачам в школе. Как видим, процент выполнения существенно вырос, но тем не менее даже не достиг 50 %.

Еще более печальную картину показала работа, проведенная в январе 2025 г., в которой участвовало 56 слушателей подготовительных курсов. Пример на упрощение был с нашей точки зрения абсолютно элементарным: упростить выражение $\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\sqrt{ab}$ и найти его значение при $a = 1{,}57$ и $b = 0{,}43$. Результаты показали, что 8 чел. не приступили к выполнению задания совсем, 26 не смогли справиться и получили 0 баллов. То есть, 34 чел. из 56 не смогли упростить выражение из-за незнания одной из основных формул тождественных преобразований и неумения ею пользоваться. Из 20 чел., получивших максимальный балл за задание, воспользовались формулой суммы кубов лишь половина, остальные приводили к общему знаменателю и выносили общий множитель (бесспорно, полезный навык, но не самый рациональный путь в данном случае).

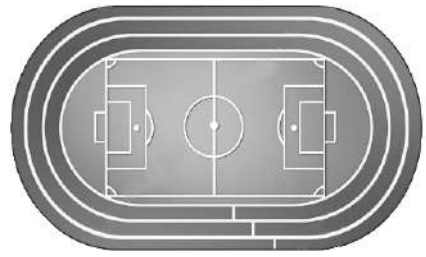
Больший интерес для нас представляют строки 4, 5 и 8 таблицы. Удивительно, что среди них не оказалось задачи с параметром. В худшую сторону изменился результат — решения неравенства, хотя средний процент выполнения иррационального неравенства на ОГЭ достаточно высок. Ранее мы обсуждали особенности мышления современных подростков, в частности присущее им отсутствие целостности, несвязность событий, а также включенность в сиюминутную действительность. Именно эти особенности мешают старшеклассникам видеть пути решения задачи, как только ее условие слегка меняется [1].

Ежегодно мы стараемся поместить в вариант сюжетную задачу. Такого рода задачи относятся к поисковым — *AXYB*. Они заставляют учащегося не только ее вдумчиво прочитать, но и понять, к какой теме она относится. Не каждый школьник может довести ее до логического завершения. 21,6 % учащихся справились с этой задачей в апреле. Процент учеников, справившихся с решением сюжетной задачи в мае, снизился на 7,3 %.

• Сюжетная задача на вступительных испытаниях в апреле была следующая:

В благоустроенный огород Урфина Джюса ураган принес семена странного растения. В первый же день Урфин понял, что это сорняк, который моментально захватил 60 % площади его любимого огорода. Джюс бросился спасать огород, но смог очистить только 85 % площади, захваченной сорняком. Очень устав, он решил отдохнуть, чтобы позже продолжить работу с новыми силами. Через пару часов Урфин с ужасом обнаружил, что 60 % территории, которая недавно была чистой, заросла вредным растением. Сколько процентов площади огорода к этому моменту не пострадало?

• Сюжетная задача в мае:



Ребята решили провести соревнования по бегу на школьном стадионе, который имеет форму прямоугольника с приставленными к нему полуокружностями по меньшей стороне. Три дорожки стадиона расположены с шагом 2 метра, начиная от бортика стадиона. Какое расстояние должно быть между спортсменами на старте, чтобы у спортсмена, бегущего по внутренней дорожке, не было преимущества?

Работа января 2025 г. также содержала сюжетную задачу на арифметическую прогрессию:

• *«Крекс, фекс, пекс», — шептал Буратино, закапывая золотой на Поле Чудес в Стране Дураков. В его мечтах на следующий день должно было вырасти деревце, на нем вместо листьев будут висеть уже семь золотых. И каждый день количество золотых будет увеличиваться на четыре монетки. Через сколько дней Буратино (в мечтах) окажется счастливым обладателем 169 золотых монет?*

Испытания 2024 г. показали падение на 11,5 %. Основная причина невыполнения задания данного типа, к сожалению, это неумение читать и понимать условие задачи. В задаче про Урфина испытуемые понимали, что им необходимо работать с процентами, но как реализовать достаточно сложную цепочку рассуждений — нет. В задаче про стадион было просто четкое разделение на тех, кто испугался (в основном) и тех, кто увидел арифметическую прогрессию и решил. Задача про Буратино оказалась отличной иллюстрацией к фрагментарному восприятию информации не только современными учащимися, но и преподавателями. При составлении задачи в авторском тексте была фраза «количество новых выросших золотых монет…», которая исчезла к моменту предъявления варианта детям. В результате дети решали одну задачу, а взрослые были уверены, что проверяют другую. Для них «клип» замкнулся на собственном условии. К счастью, ошибку нашли, и свои баллы испытуемые получили, но показательность момента заставляет задуматься. Мы говорим о нюансах мышления молодежи, но порой забываем, что стремительность жизни и привычка к фрагментарности восприятия касается и нас. При этом ученику чаще всего сложно доказать, что учитель неправ.

Все задания, по которым результаты ухудшились, были рассчитаны на обучающихся, изучавших математику на более высоком уровне. Выполнение этих заданий требует уверенного владения формально-оперативным алгебраическим аппаратом, способностями к интеграции знаний из различных разделов курса математики, владения широким набором приемов и способов рассуждений. И процент учащихся, справившихся с этими заданиями, очень мал.

Печальная ситуация с задачей, где необходимо решить неравенство, содержащее иррациональность или модуль. Обучающая задача типа *ACRX*. Есть начальное условие, есть четкие пути решения при наборе теоретических фактов. Но большинство учащихся считают, что можно сократить существующий путь и при этом прийти к верному результату. При решении иррационального неравенства возвести обе части в квадрат, игнорируя знаки левой и правой частей неравенства. При решении неравенства с модулем раскрыть модуль, игнорируя знак выражения, стоящего под знаком модуля. В результате в первой олимпиаде иррациональное неравенство было решено 47,03 % учащимися, во второй олимпиаде неравенство с модулем, схожее по возможному способу решения, смогли преодолеть лишь 26,49 % поступающих.

Недоумение вызывает низкий процент выполнения задач на применение Теоремы Виета. 43,24 % учеников решили эту задачу в апреле и всего 33,78 % в мае. Данная тенденция прослеживается и в январской работе 2025 года. Задача обучающая, относится к типу *ACRX* — есть начальные условия (дано квадратное уравнение), есть набор теоретических фактов (теорема Виета), есть простой путь решения. Но есть вариант — найти корни квадратного уравнения, которые специально были подобраны не целые. Учащиеся готовы делать нерациональные действия с корявыми корнями квадратного уравнения, утверждая, что этот путь более надежный, лишь бы не применять теорему Виета. Количество арифметических ошибок при этом предсказуемо возрастает.

В работе 2025 г. мы решили задачу с параметром соединить с элементами геометрической задачи. Изучив основные современные учебники по алгебре за 9 класс, основной сюжетной линией мы выбрали графики. Задача, на наш взгляд, получилась хорошей, типа *AXYB*:

• *При каких положительных значениях a площадь фигуры, заданной системой условий* $\begin{cases} y \le 2x \\ y \ge \frac{x}{2} \\ y \ge a \\ y \le 2a \end{cases}$ *, не превосходит 1?*

Четверо из 56 чел. попробовали нарисовать графики и изобразить заданную область. Один человек полностью решил задачу, но допустил в конце логическую ошибку. 51 (!!!) участник даже не переписал данную задачу, т. е. не собирался ее решать. При обсуждении результатов работ на последующих занятиях основной причиной такого подхода ученики назвали неумение изображать подобные множества, абсолютно не связав задачу с необходимостью построения прямых. Хотя на вопрос: «Умеете ли Вы строить прямые?» — все хором дали положительный ответ.

Не является секретом, что заданиям повышенного и высокого уровня сложности уделяется мало внимания при изучении школьного курса математики. Основной акцент в большинстве школ делается на успешность сдачи ОГЭ, где оценивание идет по пятибалльной системе. А для получения хорошей отметки достаточно сделать тестовую часть и пару задач из второй части.

Заключение

В итоге можно сделать неутешительные выводы, что на момент получения основного общего образования даже у подростков, которые дополнительно интересуются математикой и стараются получить по ней как можно больше знаний и умений, умение решать математические задачи сформировано на низком уровне. Основными проблемами при выполнении заданий второй части, так же, как и при выполнении работы для поступления в ЕНЛ остается невысокий уровень сформированности следующих умений:

• неумение осознать условие задачи;

• неумение определить к какой теме относится задача, особенно если ее решение касается различных тем;

• неумение обучающихся математически грамотно записать решение задачи;

• умение привести необходимые пояснения и обоснования.

Такое неумение или нежелание приводить полные и грамотные обоснования (в соответствии с критериями) и приводит к снижению балла, а иногда и к обнулению результата за выполненное задание.

Так как на испытаниях, проводимых ЕНЛ, мы имеем дело с учащимися различных школ Санкт-Петербурга и России (дистанционно проходят испытания учащиеся из различных городов), можно сделать неутешительный вывод: к моменту окончания 9 класса большинство учащихся не умеют решать задачи. Наше исследование весьма локально, но к аналогичному выводу приходят специалисты Организации экономического сотрудничества и развития (*OECD*). Каждые три года в рамках международной программы по оценке образовательных достижений учащихся (*Programme for International Student Assessment*, *PISA*) они проводят исследование по вопросу «Обладают ли учащиеся 15-летнего возраста, получившие обязательное общее образование знаниями и умениями, необходимыми им для полноценного функционирования в современном обществе, т. е. для решения широкого диапозона задач в различных сферах человеческой деятельности,

общения и социальных отношений?». Последний раз Россия участвовала в этой программе в 2018 г. В 2022 г. в силу объективных причин в нашей стране данное исследование не проводилось. Но непочетное 30-е место России по математической грамотности в 2018 г. говорит о том, что наши выводы справедливы.

Мы считаем, что, выстраивая методику преподавания математики должным образом, ситуацию можно улучшить. В ЕНЛ для этого есть максимально благоприятные условия (собственно, как и во многих физико-математических школах). Нельзя просто требовать от старшеклассников зубрежки и выполнения однотипных заданий по шаблону, стремясь к высокому уровню сдачи ЕГЭ. В. А. Далингер в своих работах отмечает, что учителю необходимо не просто излагать знания в определенной системе, а посредством знаний учить школьников мыслить, искать и находить ответы на поставленные вопросы, добывать новые знания, опираясь на уже известные. Учащихся надо целенаправленно обучать познавательной деятельности, вооружать их учебно-познавательным аппаратом [17; 18].

Мы будем продолжать свою работу. Перед нами стоит сложная и интересная задача. Пусть к нам в лицей поступает очень малое количество старшеклассников. Это всего 80 чел. Но если мы сможем за два года научить решать различные задачи эти 80 чел., значит, наш опыт возможно пригодится и другим учителям и преподавателям в их нелегкой, но безумно интересной работе.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Снегурова В. И., Ежова Н. В. Специфика формирования и развития навыков решения задач у старшеклассников в современных условиях // Письма в Эмиссия.Оффлайн. 2025. № 2. Ст. 3480. URL: http://emissia.org/offline/2025/3480.htm (дата обращения: 05.04.2025).

2. Пиаже Ж. Психология интеллекта. М. : Питер, 2003.191 с.

3. Выготский Л. С. Мышление и речь : сб. Litres, 2013. 97 с.

4. Давыдов В. В. Деятельностная теория мышления. М. : Научный мир, 2005. 239 с.

5. Гальперин П. Я. Опыт изучения формирования умственных действий // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология. 2017. № 4. С. 3—20. DOI: 10.11621/vsp.2017.04.03.

6. Брушлинский А. В., Тихомиров О. К. О тенденциях развития современной психологии мышления // Национальный психологический журнал. 2013. № 2(10). С. 10—16.

7. Александров И. И. Методы решения арифметических задач. М. : Рипол Классик, 2013. 76 с.

8. Гольденберг А. И. Беседы по счислению. М. ; Петроград : Гос. изд-во, 1923. 176 с.

9. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике : в 2 ч. М. : Просвещение, 1977. Ч. 1 : Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. 110 с.

10. Сибирев В. В. Исследование причин прерывания поиска решения задачи // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. 2018. № 1. С. 157—167. DOI: 10.25588/CSPU.2018.01.16.

11. Беднякова А. С., Сибирев В. В. Использование практико-ориентированных и контекстных задач на уроках с целью повышения учебной мотивации школьников // Физико-математическое образование: школа—вуз : материалы XII Регион. науч.-практ. конф. Ульяновск : Ульян. гос. пед. ун-т им. И. Н. Ульянова, 2024. С. 15—18.

12. Макарова С. М., Попова А. М., Павлова Я. В. Анализ эффективности применения технологии эвристического обучения на уроках математики в развитии учебной самостоятельности учащихся 8 класса // Проблемы современного педагогического образования. 2024. Вып. 84. Ч. 1. С. 179—182.

13. Печикина Д. И. Формирование и развитие навыков самостоятельной деятельности школьников в процессе поиска решения // Современные проблемы физико-математических наук : материалы III Междунар. науч.-практ. конф. Орел : Орл. гос. ун-т им. И. С. Тургенева, 2017. С. 515—519.

14. Галиакберова А. А., Галямова Э. Х., Матвеев С. Н. Методические основы проектирования цифрового симулятора педагогической деятельности // Вестник Мининского университета. 2020. Т. 8. № 3. Ст. 2. DOI: 10.26795/2307-1281-2020-8-3-2.

15. Камышов А. В. К вопросу о формировании у школьников умения решать уравнения с параметром // Современные векторы в образовании: теория и практика : ст. и материалы IV Всерос. науч.-практ. конф. (с междунар. участием), посвящ. 200-летию со дня рождения К. Д. Ушинского. Коломна : Гос. соц.-гуманитар. ун-т, 2023. С. 95—99.

16. Байбиков Р. А., Власова А. Н., Ежова Н. В., Ежов Е. И. Повышение привлекательности учебного заведения физико-математического профиля в современных условиях // Развитие математического образования: от содержимого к содержанию : сб. ст. II Междунар. форума для педагогов и исследователей в области математики «Градиент». М. : Интеллект-Центр, 2024. С. 73—78.

17. Далингер В. А. Характеристика различных типов рациональных уравнений и методов их решения // Инновационные подходы в обучении математике в школе и вузе : материалы III Всерос. науч.-практ. конф. Омск : Ом. гос. пед. ун-т, 2023. С. 29—34.

18. Далингер В. А., Костюченко Р. Ю. Логические ошибки в решениях школьниками математических задач на доказательство // Перспективы науки. 2024. № 12(183). С. 116—119.

REFERENCES

1. Snegurova V. I., Ezhova N. V. Specifics of the formation and development of problem-solving skills in high school students in modern conditions. *Pis`ma v Emissiya.Offlain = The Emissia.Offline Letters*. 2025;2:3480. (In Russ.) URL: http://emissia.org/offline/2025/3480.htm (accessed: 05.04.2025).

2. Piaget J. Psychology of intelligence. Moscow, Piter, 2003. 191 p. (In Russ.)

3. Vygotsky L. S. Thinking and speech. Collection. Litres, 2013. 97 p. (In Russ.)

4. Davydov V. V. Activity theory of thinking. Moscow, Nauchnyi mir, 2005. 239 p. (In Russ.)

5. Galperin P. Ya. Experience in studying the formation of mental actions. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 14. Psikhologiya = Moscow University Psychology Bulletin*. 2017;4:3—20. (In Russ.) DOI: 10.11621/vsp.2017.04.03.

6. Brushlinskiy A. V., Tikhomirov O. K. On the trend of modern psychology of thinking. *Natsional`nyi psikhologicheskii zhurnal = National Psychological Journal*. 2013;2(10):10—16. (In Russ.)

7. Aleksandrov I. I. Methods for solving arithmetic problems. Moscow, Ripol Klassik, 2013. 76 p. (In Russ.)

8. Gol`denberg A. I. Conversations on numeracy. Moscow, Petrograd, State Publishing House, 1923. 176 p. (In Russ.)

9. Kolyagin Yu. M. Problems in teaching mathematics. In 2 pts. Moscow, Prosveshchenie, 1977. Pt. 1. Mathematical problems as a means of teaching and developing students. 110 p. (In Russ.)

10. Sibirev V. V. Studying reasons for stopping the search for problem solution. *Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta = Herald of Chelyabinsk State Pedagogical University*. 2018;1:157—167. (In Russ.) DOI: 10.25588/CSPU.2018.01.16.

11. Bednyakova A. S., Sibirev V. V. Using practice-oriented and contextual problems in lessons to increase the learning motivation of schoolchildren. *Fiziko-matematicheskoe obrazovanie: shkola—vuz = Physics and Mathematics Education: School-University: Proceedings of the XII Regional Scientific and Practical Conference*. Ulyanovsk, Ulyanovsk State Pedagogical University publ., 2024:15—18. (In Russ.)

12. Makarova S. M., Popova A. M., Pavlova Ya. V. Analysis of the effectiveness of the application of heuristic learning technology at mathematics lessons in the development of learning independence of 8th grade pupils. *Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya = Problems of modern pedagogical education*. 2024;84(1):179—182. (In Russ.)

13. Pechikina D. I. Formation and development of independent activity skills of schoolchildren in the process of finding a solution. *Sovremennye problemy fiziko-matematicheskikh nauk = Modern problems of physical and mathematical sciences. Proceedings of the III International scientific and practical conference*. Orel, Orel State University named after I. S. Turgenev publ., 2017:515—519. (In Russ.)

14. Galiakberova A. A., Galyamova E. Kh., Matveev S. N. Methodological basis for designing a digital simulator of pedagogical activities. *Vestnik Mininskogo universiteta = Vestnik of Minin University*. 2020;8(3):2. (In Russ.) DOI: 10.26795/2307-1281-2020-8-3-2.

15. Kamyshov A. V. On the issue of developing schoolchildren's ability to solve equations with a parameter. *Sovremennye vektory v obrazovanii: teoriya i praktika = Modern vectors in education: theory and practice. Articles and materials of the IV All-Russia scientific and practical conference (with international participation) dedicated to the 200th anniversary of the birth of K. D. Ushinsky*. Kolomna, State University of Humanities and Social Studies publ., 2023:95—99. (In Russ.)

16. Baibikov R. A., Vlasova A. N., Ezhova N. V., Ezhov E. I. Increasing the attractiveness of an educational institution with a physics and mathematics profile in modern conditions. *Razvitie matematicheskogo obrazovaniya: ot soderzhimogo k soderzhaniyu = Development of mathematical education: from content to content. Collection of articles of the II International Gradient Forum for educators and researchers in the field of mathematics*. Moscow, Intellekt-Tsentr, 2024:73—78. (In Russ.)

17. Dalinger V. A. Characteristics of different types of rational equations and methods for solving them. *Innovatsionnye podkhody v obuchenii matematike v shkole i vuze = Innovative approaches to teaching mathematics at school and university. Proceedings of the III All-Russia scientific and practical conference*. Omsk, Omsk State Pedagogical University publ., 2023:29—34. (In Russ.)

18. Dalinger V. A., Kostyuchenko R. Yu. Logical errors in schoolchildren's solutions to mathematical problems on proof. *Perspektivy nauki = Science Prospects*. 2024;12(183):116—119. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 07.06.2025; одобрена после рецензирования 22.06.2025; принята к публикации 23.06.2025.
The article was submitted 07.06.2025; approved after reviewing 22.06.2025; accepted for publication 23.06.2025.