

РАЗДЕЛ 1. ВЕКТОР ПОИСКА



***ПОИСК ИСТИНЫ
ЗНАЧИТЕЛЬНО ЦЕННЕЕ,
ЧЕМ ОБЛАДАНИЕ ЕЮ.***

Лессинг Готгольд Эфраим (Lessing G. E.)



Приглашаем на сайт научного журнала:

<http://vestnik.volbi.ru>

Все вопросы

по e-mail: meon_nauka@mail.ru

Полищук Ростислав Феофанович,
д-р физ.-мат. наук,
член Комиссии РАН по борьбе с лженаукой
и фальсификацией научных исследований,
старший научный сотрудник Физического института им. П. Н. Лебедева
Российской академии наук (ФИАН),
г. Москва,
e-mail: meon_nauka@mail.ru

ЭКОНОФИЗИКА: НОВОЕ СЛОВО В ЭКОНОМИКЕ

ECONOPHYSICS: NEW TREND IN THE ECONOMICS

В статье дан краткий обзор нового направления, возникшего на стыке экономики и физики: эконофизики. В рамках эконофизики методы современной теоретической физики применяются к анализу экономических и экономико-статистических моделей. В частности, рассматриваются модели, связанные с неравновесными фазовыми переходами, и модели, основанные на теории случайных блужданий. Данное новое направление в настоящее время является одним из основных трендов междисциплинарных исследований и имеет большое будущее.

The article has presented brief review of the new trend appeared at the edge of economics and physics: econophysics. Within the frame of econophysics the methods of the modern theoretical physics are applied to the analysis of economic and economic-statistical models. In particular, the models connected with the unbalanced phase transitions, and the models based on the theory of random walk are reviewed. The present new trend is currently one of the major trends of inter-disciplinary researches, and its has bright future.

Ключевые слова: эконофизика, физика, экономика, фрактал, динамический подход, технический анализ, теория вероятности, квантовая статистика, синергетика, концепция эффективного рынка.

Keywords: econophysics, physics, economics, fractal, dynamic approach, technical analysis, theory of probability, quantum statistics, synergetics, concept of the market efficiency.

Эконофизика – это единая теория функционирования глобальной системы мирового капитала и поведения на рынке отдельных экономических субъектов. Термин «econophysics» появился в 1995 г. в работе Гарри Юджина Стенли [1, р. 302–321]. Физика в широком смысле слова – единая универсальная наука: греческое слово «фюсис» означает и весь мир, и то, как он устроен. Природа, физика эмоций есть психология, физика социума – социология. Математика – часть физики (В. И. Арнольд), ее язык и смысловой стержень. Сегодня власть физики захватывает экономику, в будущем мы будем видеть развитие математической истории, биоматематики и психоматематики.

Единство корпуса знания сочетается с глубоким членением реальности на качественно различные уровни. Один из творцов эконофизики Филипп Андерсон сказал: «Физика элементарных частиц и, в частности, редукционистские подходы обладают лишь ограниченной возможностью объяснить устройство мироздания. Реальность имеет иерархическую структуру, каждый уровень

которой в определенной степени независим от уровней, находящихся выше и ниже. На каждой ступени необходимы совершенно новые законы, концепции и обобщения, требующие не меньшего вдохновения и творчества, чем на предыдущих... Психология – это не прикладная биология, так же как и биология – это не прикладная химия» [2, р. 396].

Термином «эконофизика» Гарри Стенли объединил множество исследований, в которых для решения экономических задач использовались методы фундаментальной физики. Янош Кертис и Имре Кондор организовали в 1998 г. в Будапеште первую конференцию по эконофизике. В 2010 г. в Москве в Физическом институте им. П. Н. Лебедева РАН в рамках Отделения РАН по физике и астрономии проходила Сессия по эконофизике, организованная Михаилом Юрьевичем Романовским. Наши ученые делали доклады на мировом уровне.

У истоков эконофизики стоял создатель теории фракталов Бенуа Мандельброт, который в 1965 г. обнаружил, что динамика временных рядов цен акций на бирже одинакова на малых и больших масштабах времени: графики колебания цен в течение одного часа, суток, месяца и года практически неотличимы друг от друга. Это свойство Мандельброт назвал самоподобием, а обладающие свойством самоподобия объекты – фракталами.

По определению Мандельброта, фракталом называется множество, хаусдорфова размерность которого строго больше его топологической размерности [3]. Топологическая размерность множества элементов-точек выражается целым числом как минимальное число координат, необходимых для описания этого множества-пространства точек: разным точкам отвечают разные координаты в одной локальной карте покрывающего множество атласа. Топология состоит из множества и множества его подмножеств, задающих структуру естественной близости точек. Для описания линии, например, достаточно одной координаты, для описания поверхности – двух, для описания трехмерного тела – трех координат. Топология есть теория инвариантов непрерывных и одно-однозначных отображений пространств (биекций). Поэтому эту размерность называют топологической, обозначим ее D (*top*). Хаусдорфова размерность D выражает связь естественной меры геометрической фигуры (скажем, ее длины, площади или объема) с величиной, положенной в основу исходной метрической системы. Если метрический эталон такой величины, принятый за единицу, увеличить (уменьшить) в b раз, то указанная мера уменьшится (увеличится) в b в степени D раз. Эту размерность называют метрической. Причина этого в том, что мера (длина, площадь или объем) произвольной геометрической кривой, поверхности или тела дается формулой:

$$M = \lim_{\delta \rightarrow 0} [N(\delta) \delta^D], \quad D = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Здесь $N(\delta)$ – число симплексов (отрезков, клеток или кубиков) с геометрическим фактором (линейным размером) δ , определяющих аппроксимацию исходного множества. На основе этого выражения в 1919 г. Хаусдорф предложил свое определение размерности для компактного (покрываемого конечным числом открытых подмножеств) множества в произвольном метрическом пространстве [4, p. 157–179]:

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} [\ln N(\delta) / \ln(1/\delta)] \quad (2)$$

Здесь $N(\delta)$ – минимальное число шаров радиуса δ , покрывающих это множество. В качестве примера приведем снежинку Коха. В равностороннем треугольнике разделим каждую сторону на три равные части и заменим средний отрезок парой отрезков уголком наружу. Получим шестиугольную звезду с периметром, который в $4/3$ раза больше исходного. Повторим эту операцию с каждым отрезком бесконечное число раз. Периметр каждый раз будет увеличиваться в $4/3$ раза и устремится к бесконечности, а длина отрезка каждый раз будет уменьшаться в 3 раза и устремится к нулю. Число отрезков будет расти как степень числа 4, и в пределе мы получим снежинку Коха конечной площади и бесконечного периметра с размерностью границы $D = \ln 4 / \ln 3 \approx 1,26$.

Образ «одномерной» параметрической кривой Пеано, проходящей через каждую точку квадрата, вообще содержит в себе квадрат. Она имеет кратные точки и строится как предел последовательности кривых. Существуют аналоги кривых Пеано, заполняющие куб и даже гильбертов кирпич. Поскольку реальное пространство-время делимо только до планковских масштабов, мы получаем эвристическое представление о том, как маломерие может рождать многомерные физические образы.

Если мы из двухмерного единичного квадрата, разделенного на 9 одинаковых квадратов, выбросим средний и бесконечно повторим эту операцию с каждым оставшимся квадратом, то получим в пределе ковер Серпинского с меньшей площадью $D = \ln 8 / \ln 3 \approx 1,89$.

Теперь понятно, как проводить фрактальный анализ временных рядов колебания цен. Обычная производная гладкой функции определяется через предел отношения изменения функции к приращению аргумента, где изменение функции определяется через разность ее значений на концах отрезка, соответствующего приращению аргумента. Но фрактальная кривая имеет ненулевую осцилляцию (разность между максимальным и минимальным значением) на концах любого отрезка значений аргумента (скажем, моментов фиксации цены акций). Указанные осцилляции, умноженные на равные сдвиги аргументов, определяют минимальное покрытие функции на временном интервале для произвольно выбранного шага изменений аргумента [5, с. 256–306]. Указанные авторы вводят новые фрактальные характеристики: размерность минимального покрытия и индекс фрактальности, дающие значение с нужной точностью этого индекса для интервалов времени, масштаб которых на два порядка меньше, чем соответствующий масштаб для определения ранее применявшегося так называемого индекса Херста. Показано, что зависящий от времени индекс фрактальности является индикатором локальной стабильности временного ряда: чем больше этот индекс, тем стабильнее ряд. При этом

обоснован и подтвержден расчетами эффект увеличения крупномасштабных флуктуаций при подавлении мелко-масштабных. Когда большого перестает лихорадить, это может означать как выздоровление, так и угрозу резкого ухудшения здоровья. Стоит проверить также, не уменьшался ли постоянный малый сейсм в Японии перед катастрофическим землетрясением 11 марта 2011 г.

Французский математик Луи Башелье [6, p. 17–78] впервые пытался описать динамику финансовых рядов по аналогии с броуновским движением молекул в жидкости или газе. Современные модели обобщают этот подход и опираются на созданную в 1970–1990-е гг. теорию хаотических динамических систем, порождающих квазислучайные процессы, используя континуальные интегралы и развивая теорию эволюционных игр, имитирующих деятельность бесчисленных инвесторов с их владением той или иной информацией и с теми или иными предпочтениями.

Если в физике существует закон сохранения энергии замкнутых систем (ведь гамильтониан как оператор сдвига по времени таких систем сам с собою коммутирует), то для информационных процессов информация и энтропия не сохраняются. Поскольку деньги с переходом от золота к банкнотам, банковским карточкам стали условной информацией, то и законы сохранения к деньгам не относятся. Однако в силе остаются, скажем, уравнения баланса производства и потребления: нельзя потратить то, что не произведено, а дериваты и прочие виртуальные деньги при отрыве от реальной экономики с ее реальными продуктами становятся источником финансовых кризисов.

Согласно Фамэ [7], для существования эффективного рынка, на котором цены в полной мере отражают всю доступную информацию, достаточно предположить, что на нем действуют полностью информированные агенты, которые мгновенно реагируют на внешние события и действуют рационально и независимо. Основной моделью поведения цены на таком рынке и стала модель броуновского движения. При броуновском движении приращения процесса на любом интервале времени имеют нормальное (гауссово) распределение с нулевым средним, что следует из суммирования большого числа независимых случайных факторов. При этом приращения на непересекающихся интервалах являются статистически независимыми.

Но наблюдения реальных финансовых временных рядов выявили, что сильные изменения временных рядов происходят гораздо чаще, чем следует из гауссова распределения: проблема так называемых «толстых хвостов». Стали развиваться обобщения броуновской модели на пути отказа от нормального распределения или от условий независимости упомянутых приращений. В первом случае мы приходим к движению Леви и, в частности, к устойчивым распределениям Парето [8]. Во втором случае приходим к процессам с памятью и обобщенному броуновскому движению [9, p. 422–437].

В теории вероятностей распределение Парето есть двухпараметрическое семейство абсолютно непрерывных распределений. Пусть величина X такова, что ее распределение задается равенством:

$$\begin{aligned} P(X > x) &= (x_m / x)^k, \\ \forall x &\geq x_m, \\ x_m, k &> 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда X имеет распределение Парето с указанными двумя положительными параметрами. Плотность распределения при этом имеет вид:

$$f_X(x) = \frac{kx_m^k}{x^{k+1}}, \quad x \geq x_m, \quad (4)$$

$$f_X(x) = 0, \quad x < x_m.$$

Если мы отказываемся от обоих указанных подходов, то приходим к идеям зависимости значений временного ряда от его предыдущих значений при изменении дисперсии во времени (к идеям так называемой авторегрессионной условной гетероскедастичности).

Альтернативным вышеупомянутым подходам является подход динамический, не основанный на расчете «справедливой» цены акции. Еще в конце XIX в. Чарльз Доу утверждал, что естественное состояние цены – это тренд (направленное движение вверх или вниз), который является результатом не рационального поведения информированных агентов рынка, а результатом совместного поведения толпы, когда вместо того, чтобы честно просчитать все риски очередной сделки, люди просто слепо подражают друг другу. Тогда тренд просто отражает действующую на рынке социальную тенденцию и продолжается до смены этой тенденции. Здесь технический анализ ситуации позволяет вскрыть внутренние закономерности временного ряда и прогнозировать переходы из тренда во флэт (относительно стабильное состояние рынка).

Технический анализ в рамках динамического подхода получил поддержку со стороны теории динамического хаоса. Из теории следовало, что временной ряд, который внешне выглядит как реализация случайного процесса, на самом деле может порождаться нелинейной динамической системой малой размерности. Поэтому его можно представить в виде одномерной проекции траектории этой динамической системы в расширенном фазовом пространстве, которая описывается с помощью небольшого числа обыкновенных дифференциальных уравнений: поведение цен акций здесь определяется примитивным стадным инстинктом. В этом случае можно восстановить текущее значение временного ряда исходя из достаточно большого числа известных прошлых данных. Для такого восстановления не обязательно знать конкретный вид и число уравнений системы. Дело сводится к экстраполяции одномерного ряда к задаче интерполяции некоторой многомерной функции, что является типовой задачей для теории нейронных сетей [10]. Поэтому теорию динамического хаоса можно считать идеологической основой внедрения нейротехнологий в бизнес.

Альтернативные друг другу концепция эффективного рынка и концепция Доу – идеальные предельные случаи реальных ситуаций. На реальном рынке совокупность агентов распадается на кластеры (сгущения, референтные группы) подражающих друг другу агентов рынка. Кластеры могут образовывать довольно сложные иерархические связи, могут сливаться и распадаться. В случае эффективного рынка на нем присутствует много примерно одинаковых кластеров, тогда рынок находится в наиболее стабильном состоянии, а его эволюция определяется в основном внешней информацией, имеющей случайный характер. В альтернативном случае на рынке присутствует один большой кластер, превосходящий остальные кластеры. Тогда рынок близок к обвалу и его динамика определяется чисто внутренними факторами.

Возникает вопрос: как эволюционирует кластерная структура и какова причина образования больших клас-

теров? Ответ предполагает синтез указанных альтернативных концепций. Реальный рынок состоит из множества взаимодействующих экономических агентов, способных накапливать опыт в процессе взаимодействия с другими агентами и изменяться для приспособления к изменениям окружающей среды. Те же процессы самоорганизации во всех сложных адаптивных системах. Примерами подобных систем служат центральные нервные системы и нейросети, экосистемы и колонии муравьев, социальные структуры и политические системы.

Сегодня одним из главных центров эконофизики является Институт Санта-Фе, созданный в середине 1980-х гг. в Нью-Мехико. Синергетику там предпочитают называть теорией сложных адаптивных систем (теорией сложности). Характерным этапом эволюции всех адаптивных систем является процесс самоорганизации, когда в результате самоусиления отдельных взаимодействий в системе спонтанно возникает порядок. В русло таких представлений о синергетике укладывается и появление разумной жизни во Вселенной как предельно редкого (в силу необходимости сочетания целого набора требуемых условий), но структурно устойчивого явления в естественной эволюции Космоса: человек рожден не от обезьяны, а вместе с обезьяной и всей остальной биосферой создан Космосом по закону Космоса.

Познание законов функционирования сложных систем позволяет управлять и такими процессами, как сборка и разборка социальных объектов. Примером может служить применение теории управляемого хаоса в ликвидации Югославии и в наблюдаемых сейчас (в марте 2011 г.) арабских революциях, в которых спонтанные действия сочетаются с неспонтанными. Человечество как целое движется к приобретению нового качества, которое может отсутствовать у отдельных его частей.

Примером самоорганизации в экономике служит описанная Адамом Смитом «невидимая рука» рынка, где множество индивидов со своими индивидуальными желаниями рождает новое качество своего поведения как целого. При этом, конечно, следует учитывать и влияние государства как встроенного стабилизатора: клановые интересы далеко не всегда совпадают с интересами социума в целом.

Рынок со временем способен агрегировать в себя с помощью цен почти всю значимую информацию и приближаться к эффективному рынку. Рождаемые слепым подражателем информационные миражи и вызываемые ими кризисы способствовали рождению нового раздела эконофизики – «игры в меньшинство» (minority game) [11, p. 168–176]. «Игра» показывает, как экономические агенты с ограниченной рациональностью при неполной информации, конкурируя за ограниченные ресурсы, пользуются определенными стратегиями и вдруг создают эффективный рынок. При этом они невольно формализуют одну особенность: если некоторой удачной в прошлом стратегией начинает пользоваться большинство, то выигрышная стратегия превращается в проигрышную.

Видимо, в этом, в частности, заключается причина ослабления господствовавших ранее идеологием после завоевания ими масс и превращения в «материальную» (точнее, социокультурную) силу: фокусирование усилий делает свое дело ценой впадения в односторонность и дисгармонию, и расширение сферы влияния идеологии и ее воплощение (а всякое воплощение в плоть вещей и формальных институтов чревато отчуждением, перевертыванием субъект-объектных отношений) неиз-

бежно сопровождается бифуркациями социальных траекторий, расфокусированием и ослаблением.

Если для мира идей нет законов сохранения, то для материальных предпосылок их воплощения действует закон ограниченности соответствующих ресурсов. Жизненные ресурсы разного вида – основной параметр порядка в эволюции любых динамических систем. Для достижения успеха при «игре в меньшинство» требуется своевременно изменять стратегии. Это совсем не обязательно означает измену, скажем, великим принципам, но означает расширение контекста их понимания и применения, то есть требует обобщения. Например, в современной физике изучение всего спектра физических взаимодействий диктует необходимость построения единой теории всех физических взаимодействий – примерно так, как все многообразие окружающих нас различных агрегатных состояний воды мы сводим к тождественным молекулам воды, а все многообразие элементарных частиц – к различным модам колебания струны.

При «игре в меньшинство» на рынке увеличивают свой капитал те, кто оказывается в меньшинстве: ведь если покупающих больше, чем продающих, то цена акций увеличивается и продающие выигрывают. Данная модель показывает и связь степени информированности агентов с эффективностью рынка: если информированность агентов рынка меньше критической, при которой происходит фазовый переход, то не существует дополнительной информации, которую можно было бы использовать для более точного предсказания, и рынок оказывается эффективным. Если же средняя информированность агентов больше критической, то наиболее информированные агенты имеют действительное преимущество над остальными, так что рынок оказывается неэффективным (ведь эффективность рынка означает достаточную информированность всех его агентов).

Модель «игры в меньшинство» позволяет детально проследить, как на рынке образуется равновесие и как оно нарушается по причине того, что агенты, которые ведут себя независимо, вдруг начинают вести себя одинаково. Быстрое и резкое изменение состояния любой сложной системы есть ее катастрофа, которая приводит состояние системы в равновесие с окружающей средой. Так, землетрясение снимает напряжение надвигающихся друг на друга материковых плит, а систематическое обрушение горки песка в песочных часах переводит ее в неравновесное состояние в относительно равновесное (на какое-то время). Пер Бак [12] разработал целостную теорию самоорганизующейся критичности: суммирование мелких событий может приводить к цепной реакции.

Налицо переход количества в качество, задающий цепную линию мер (при этом сама мера не может быть безмерной). Гегель назвал количество хитростью, улавливающей качество. Например, огромное число нуклонов в звезде (а потому оно огромно и в планетах) примерно равно кубу отношения планковской массы к массе нуклона, и это одна из предпосылок возникновения на Земле жизни как наисложнейшей космической структуры. Интуиции теории катастроф соединяют редкость с типичностью: по теореме Сарда особое множество (скажем, граница объема или центр масс тела) имеет меру нуль (в пределе математической идеализации). Но если граница фрактально пронизывает весь объем (вспомним фьорды Норвегии, где всюду рядом без смешения море и суша, или вспомним взаимопереплетение нервной, кровеносной и легочной систем нашего организма), то она сама как бы становится территорией.

Пер Бак с соавторами построили модель рынка, где его агенты были разделены на рациональных инвесторов (покупающих и продающих акции исходя из разницы между котировкой акции и ее «справедливой» ценой) и шумовых трейдеров (следующих тренду, чтобы извлечь прибыль благодаря краткосрочным изменениям на рынке). Большую часть времени число первых и вторых сбалансировано. Но когда цены начинают расти, растет число рациональных инвесторов, желающих продать акции и уйти с рынка. На их место приходит все больше шумовых трейдеров, привлеченных растущими ценами. Возникает все больший рост цен, сопровождающийся образованием «пузырей» и обвалом. Дидье Сорнет [13] показал, что нелинейное взаимодействие рациональных инвесторов и шумовых трейдеров может приводить к появлению критического момента времени, когда вероятность резкого обвала рынка максимальна.

Нелинейность – смысловой стержень синергетики. Известно, что сложение доходов нелинейно, так что «один плюс один больше, чем два» [14, с. 33–133]. Нелинейная «арифметика» предваряет идемпотентный анализ Маслова [15], согласно которому:

$$\begin{aligned} a \oplus b &= \ln(e^a + e^b), \\ a \otimes b &= a + b. \end{aligned} \quad (5)$$

Этот идемпотентный анализ связан с квантовой статистикой. Дело в том, что в подавляющем числе случаев все денежные купюры одного достоинства можно считать эквивалентными друг другу. Если клиент сдает в банк на хранение бриллианты, он потом требует вернуть ему именно их, но если он хранит в банке деньги, ему не так важно, в каких купюрах их ему вернут. Если клиент сдает два бриллианта в два банка, он имеет 4 способа ими распорядиться, но в случае пары сто долларовых купюр таких способов только 3: ведь положить первую купюру в первый банк, а вторую – во второй или наоборот – это для него не имеет значения. Статистика определяется числом равновероятных событий. Мы видим, что в случае с бриллиантами имеем статистику Больцмана (элементы пронумерованы), а в случае купюр – статистику Бозе-Эйнштейна (номера купюр учитывают, как правило, только в уголовных делах). В. П. Маслов приводит простой пример нелинейного сложения доходов. Если в Англии три гражданина сначала хотят купить по бутылке кефира, а потом решают сложить свои деньги, то им бесплатно выдается четвертая бутылка кефира. Далее, если сумма купленных акций превышает 50 %, то их владелец по существу становится хозяином предприятия и может скачком изменить свой суммарный доход.

Теорию вероятностей можно развивать также на случай отрицательных фрактальных размерностей. Эти размерности могут применяться в описании фрактальных дырок и трещин в горных породах и металлах, в применении квантовой статистики к лингвостатистике [16, р. 5–325]. Интегрирование в известном смысле можно считать отрицательным дифференцированием. Кроме того, умножение на координату двойственно дифференцируемости в смысле преобразования Фурье. Поэтому можно говорить о пространстве двойственных дифференцируемых функций, «сопряженным» к которому является пространство обобщенных функций (по Соболеву). Введение гамма-функций вместо обычных факториалов позволяет их аналитически продолжать для отрицательных размерностей. Для плотностей обобщенных распределений можно грубо сказать, что если есть

«ультрафиолетовая расходимость», то размерность положительна, а если есть «инфракрасная расходимость», то размерность отрицательна.

Квантовая статистика заставляет развивать теорию вероятностей. Например, еще Бозе заметил, что вывод Планком его знаменитой формулы верен только при

условии тождественности частиц. В пределе при $h \rightarrow 0$ распределения Бозе – Эйнштейна или Ферми – Дирака не удовлетворяют постулату о независимых событиях. Очевидно, что классическая и квантовая эконофизика имеют большое будущее.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Stanley H. E., Afanasyev V., Amaral L. A. N., Buldyrev S. V. and ect. Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to econophysics / H. E. Stanley, V. Afanasyev, L. A. N. Amaral, S. V. Buldyrev, A. L. Goldberger, S. Havlin, H. Leschhorn, P. Maass, R. N. Mantegna, C.-K. Peng, P. A. Prince, M. A. Salinger, M. H. R. Stanley and G. M. Viswanathanan // *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*. 1996. # 224 (1–2). P. 302–321.
2. Anderson P. W. More is difference // *Science. New Series*. Vol. 177. # 4047. (Aug. 4, 1972). P. 393–396.
3. Mandelbrot B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman and Co., 1982.
4. Hausdorff F. Dimension und Ausseres Mass // *Mathematische Annalen*. 1919. Vol. 79. P. 157–179
5. Дубовиков М. М., Старченко Н. В. Эконофизика и анализ финансовых временных рядов // *Эконофизика. Современная физика в поисках экономической теории*. М.: МИФИ, 2007. С. 243–293.
6. Bachelier L. *Theory of Speculation (Translation of 1900 French edn)* / P. H. Cootner (ed.) // *The Random Character of Stock Market Prices*, The MIT Press, Cambridge, 1964. P. 17–78.
7. Eugene F. Fama Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis // *Journal of Business*. 1963. # 36(4). P. 420–429.
8. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 255 с.
9. Mandelbrot B. B. and Van Ness J. W. Fractional brownian motions, fractional noises, and applications // *SIAM Rev.* Vol. 10. # 4. P. 422–437.
10. Ежов А. А., Шумский С. А. Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе. М.: МИФИ, 1998. 224 с.
11. Challet D., Chessa A., Marsili M., Zhang Y-C. From minority games to real markets // *Quantitative Finance*. 2001. 1(1). P. 168–176.
12. Bak P. *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*. New York, Copernicus, 1996.
13. Сорнете Д. Как предсказать крахи финансовых рынков: критические события в комплексных финансовых системах. М.: Интернет-трейдинг, 2003. 400 с.
14. Маслов В. П. Квантовая эконофизика // *Современная физика в поисках экономической теории*. М.: МИФИ, 2007. С. 33–133.
15. Maslov V. *Méthodes opératorielles*. Moscow: Éditions MIR, 1987.
16. Maslov V. P. Quantum Linguistic Statistics // *Russian Journal of Mathematical Physics*. 2006. V. 13. № 2. P. 315–325.

REFERENCES

1. Stanley H. E., Afanasyev V., Amaral L. A. N., Buldyrev S. V. and ect. Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to econophysics / H. E. Stanley, V. Afanasyev, L. A. N. Amaral, S. V. Buldyrev, A. L. Goldberger, S. Havlin, H. Leschhorn, P. Maass, R. N. Mantegna, C.-K. Peng, P. A. Prince, M. A. Salinger, M. H. R. Stanley and G. M. Viswanathanan // *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*. 1996. # 224 (1–2). P. 302–321.
2. Anderson P. W. More is difference // *Science, New Series*. Vol. 177. # 4047. (Aug. 4, 1972). P. 393–396.
3. Mandelbrot B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman and Co., 1982.
4. Hausdorff F. Dimension und Ausseres Mass. // *Mathematische Annalen*. 1919. Vol. 79. P. 157–179.
5. Dubovikov M. M., Starchenko N. V. Econophysics and analysis of financial time series // *Econophysics. Modern physics is searching for the economic theory*. M., MIFI, 2007. P. 243–293.
6. Bachelier L. *Theory of Speculation (Translation of 1900 French edn)* / P. H. Cootner (Ed.) // *The Random Character of Stock Market Prices*, The MIT Press, Cambridge. 1964. P. 17–78.
7. Eugene F. Fama Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis // *Journal of Business*. 1963. # 36(4). P. 420–429.
8. Mandelbrot B. *Fractals, occurrence and finances*. M.; Izhevsk: NITs 'Regular and chaotic dynamics', 2004. 255 p.
9. Mandelbrot B. B. and Van Ness J. W. Fractional Brownian motions, fractional noises, and applications // *SIAM Rev.* Vol. 10. # 4. P. 422–437.
10. Ezhov A. A., Shumsky S. A. Brain-computing and its application in the economics and business. M.: MIFI, 1998. 224 p.
11. Challet D., Chessa A., Marsili M., Zhang Y-C. From minority games to real markets // *Quantitative Finance*. 2001. 1(1). P. 168–176.
12. Bak P. *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*. New York, Copernicus, 1996.
13. Sornete D. How collapse of financial markets can be predicted: critical events in the complex financial systems. M.: Internet-trading, 2003. 400 p.
14. Maslov V. P. Quantum econophysocs // *Modern physics is searching for the economic theory*. M.: MIFI, 2007. P. 33–133.
15. Maslov V. *Méthodes opératorielles*. Moscow: Éditions MIR, 1987.
16. Maslov V. P. Quantum Linguistic Statistics // *Russian Journal of Mathematical Physics*. 2006. V.13. # 2. P. 315–325.