

2. Terekhov A. M. Accounting and assessment of biological assets in agricultural organizations. Abstract of a Diss. of Cand. of Economics. Nizhny Novgorod, 2015.
3. Pavlova N. Ts., Sarunova M. P., Shonkhurova V. E. Development of methods of internal management audit of production costs in agricultural organizations. *Business. Education. Law*, 2016, no. 4, pp. 169—175. (In Russ.).
4. Shcherbak Yu. Yu., Agafonova M. S. Implementation of internal control in small enterprises. Scientific review. *Economic sciences*, 2016, no. 5, pp. 56—60. (In Russ.).
5. Boldyreva E. S., Sarunova M. P. Tax control: organization and methodology of tax audits. Elista, 2016. 92 p. (In Russ.).
6. Yandieva M. S. The labor resources of the region: problems and prospects of ensuring employment in rural areas. *Economics and entrepreneurship*, 2016, no. 2-2, pp. 313—319. (In Russ.).
7. Nikolenko P. G., Terekhov A. M., Terekhova A. V., Bocharov V. A., Vorobyova T. M. Organizational and economic mechanisms for controlling technological processes in grain production of the Nizhny Novgorod region. *Economics and entrepreneurship*, 2015, no. 9-2, pp. 426—431. (In Russ.).
8. Bogataya I. N. Improving internal risk control and management in commercial organizations. Development of finance, accounting and auditing in modern management concepts. Materials of the 1st int. sci. and pract. conf. 2018. Pp. 286—290. (In Russ.).
9. Boldyreva E. S., Sangadzi-Goryaeva A. A. Theoretical and methodological approaches to the organization of the risk-controlling system of the financial activities of the enterprise. Models of economic development: theory and practice. Materials of the Int. sci.-pract. conf. 2015. Pp. 478—481. (In Russ.).
10. Bogataya I. N. Development and practice of internal audit in the context of digital transformation. Actual problems of economic development. Coll. of reports of the X Int. Correspondence Sci. and Pract. Conf. 2019. Pp. 43—54. (In Russ.).
11. Bogataya I. N., Kizilov A. N. Investigation of the essence of business audit and a methodological approach to structuring its objects. *Modern problems of science and education*, 2015, no. 1-1, p. 549. (In Russ.).

**Как цитировать статью:** Хулхачиева Г. Д. Отраслевые особенности организации системы внутреннего контроля в крестьянско-фермерских хозяйствах // Бизнес. Образование. Право. 2020. № 1 (50). С. 178–182. DOI: 10.25683/VOLBI.2020.50.124.

**For citation:** Khulkhachieva G. D. Sectoral features of arrangement of the internal control system in peasant farms. *Business. Education. Law*, 2020, no. 1, pp. 178–182. DOI: 10.25683/VOLBI.2020.50.124.

УДК 336.6:004.9, 530.17  
ББК 65.261.18

DOI: 10.25683/VOLBI.2020.50.129

**Beglarian Margarita Evgenievna**,  
Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor,  
Head of the Department of the Humanities, Social  
and Scientific Studies,  
North Caucasus Branch of the Russian State  
University of Justice,  
Russian Federation, Krasnodar,  
e-mail: rita\_beg@mail.ru

**Бегларян Маргарита Евгеньевна**,  
канд. физ.-мат. наук, доцент,  
заведующий кафедрой социально-гуманитарных  
и естественнонаучных дисциплин,  
Северо-Кавказский филиал Российского государственного  
университета правосудия,  
Российская Федерация, г. Краснодар,  
e-mail: rita\_beg@mail.ru

## МУЛЬТИФРАКТАЛЬНАЯ КОНЦЕПЦИЯ МЕХАНИЗМА ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ ВИХРЕЙ S&P-ИНДЕКСОВ В ФИНАНСОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

### MULTIFRACTAL CONCEPTION OF THE MECHANISM OF INTERMITTENCY OF THE WHIRLS S&P-INDICES IN FINANCIAL TURBULENCE

08.00.13 — Математические и инструментальные методы экономики  
08.00.13 — Mathematical and instrumental methods of economics

*Использование новых методов и подходов для прогнозирования экономической ситуации в мире очень востребовано. Применение математических методов — это устоявшаяся практика, а вот применение физических явлений для прослеживания аналогии с экономическими и финансовыми реалиями, раскрытия будущего кризиса или скачка серьезного финансового индикатора является интересной новеллой экономической науки. Это направление появилось в 90-х годах прошлого века. С тех пор физики пытаются применить знания и модели фундаментальных физических явлений для «предсказания» финансовых потрясений. Экономическая физика является темой исследований РАН России. 2 ноября 2010 г. состоялась историческая научная*

*сессия Отделения физических наук Российской академии наук на тему «Экономическая физика и эволюционная экономика» [1].*

*Рассматривается применение мультифрактального анализа для финансовых явлений. Показано, что эмпирическое распределение  $p(\Delta S)$  от ежедневной потери фондового индекса Standard & Poor (S&P500) имеет спектральную плотность  $E(k) \sim k^{-\alpha}$  с перемежаемым показателем  $\alpha \sim 4/3 \div 5/3$ . Отмечается, что спектр  $k-\alpha$  есть не что иное, как известное скейлинговое представление спектра изотропной турбулентности в пространстве движения с размерностью 3, описывающее динамику высокочастотных возмущений среды или, другими словами, структуру мелкомасштабной*

турбулизированной среды в виде скелета вихревого кластера с фрактальной размерностью  $D=\alpha$ , где  $\alpha=4/3, 5/3$ . Более того, значение скейлингового показателя  $\alpha=5/3$  дает известный спектр Колмогорова — Обухова. Обсуждается вопрос о возможном существовании финансового аналога физической однородной турбулентности — финансовой мелкомасштабной турбулентности, которая развивается в пространстве движения с размерностью 3.

*The use of new methods and approaches of forecasting the economic situation in the world is very much in demand. The use of mathematical methods is an established practice, but the use of physical phenomena to trace an analogy with economic and financial realities, disclosing a future crisis or a jump in a serious financial indicator is an interesting novelty in economic science.*

*This trend appeared in the 1990s of the last century. Since then, physicists have been trying to apply knowledge and models of fundamental physical phenomena to improve the economic condition of society in terms of "predicting" financial shocks. Econophysics is a research topic of the Russian Academy of Sciences. On November 2, 2010, the historical scientific session of the department of physical sciences of the Russian Academy of Sciences took place on the theme "Econophysics and Evolutionary Economics" [1].*

*The application of multifractal analysis for financial phenomena is considered. It is shown that empiric distribution of  $p(\Delta S)$  from the daily loss of fund index Standard&Poor (S&P) has spectral density  $E(k)\sim k^{-\alpha}$  with the intermittency factor  $\alpha\sim 4/3\div 5/3$ . It is specified, that  $k-\alpha$  is nothing else but the known scaling presentation of the isotropic turbulence spectrum in the space of motion with the dimension 3, describing the dynamic of high frequency environmental disturbance or in other words the structure of small scale turbulent environment as a skeleton of the whirl cluster with fractal dimension  $D = \alpha$ , где  $\alpha = 4/3, 5/3$ . Moreover, the value of scaling factor  $\alpha = 5/3$  is given by the well known Kholmogorov — Obukhov spectrum. The author discusses a subject about possible existence of financial analogue of physical homogen turbulence — financial small scale turbulence, which develops in the motion space with the dimension 3.*

*Ключевые слова: аналогия, вихрь, кластер, моделирование, мультифрактальный механизм, перемежаемость, перколяционная характеристика, финансовая турбулентность, фондовый индекс, эконофизика.*

*Key words: analogy, vortex, cluster, modeling, multifractal mechanism, intermittency, percolation characteristic, financial turbulence, fund index, econophysics.*

### Введение

**Актуальность.** Использования новых методов и подходов для прогнозирования экономической ситуации в мире очень востребовано. Применение физических законов для прослеживания аналогии с экономическими и финансовыми реалиями является **целесообразным** для экономической науки. **Теоретическая и практическая значимость** работы состоит в раскрытии вероятности наступления финансового кризиса. **Цель и задачи** исследования состоят в расчете скачка финансовых индикаторов.

Изучение проблем эконофизики началось с 90-х годов прошлого века. С тех пор физики пытаются применить знания и модели фундаментальных физических явлений для улучшения экономического состояния общества, «предсказания» финансовых потрясений.

Научная новизна настоящей работы — это применение физического смысла турбулентности и мультифрактального анализа для описания финансовых процессов. Теоретическая и практическая значимость работы заключается в выявлении возможного существования финансового аналога физической однородной турбулентности — финансовой мелкомасштабной турбулентности, развивающейся в трехмерном пространстве движения.

Известно, что процедура  $\chi^2$  — фитирования эмпирического распределения  $p(\Delta S)$  от ежедневной потери фондового индекса S&P500 фондовый индекс  $\Delta S$  с учетом известных свойств, лежащих в основе определения устойчивых (степенных) распределений [2, 3], указывает на интересный факт «скольжения» или, точнее говоря, перемежаемости эмпирического распределения  $P(\lambda)$  между двумя вероятностными состояниями:

$$p(\Delta S) \sim C \cdot (\Delta S)^{-(1+\beta)} \sim \begin{cases} 0.07 \cdot (\Delta S)^{-(1+4/3)}, & \Delta S \rightarrow \infty \\ 0.10 \cdot (\Delta S)^{-(1+5/3)}, & \Delta S \rightarrow \infty \end{cases}, (1)$$

которые практически одинаково хорошо описывают экспериментальное распределение, где  $\Delta S_n = S_n - S_{n-1}$  — ежедневные изменения индекса S&P500.

Разработка мультифрактальной концепции механизма перемежаемости вихрей (изменения индекса S&P500) и их фрактальных размерностей в финансовой турбулентности и явилось целью настоящей работы.

### Методология

Использование аналогии физических и экономических процессов является актуальным направлением современной науки [4, 5]. Если по аналогии с теорией развитой гидродинамической турбулентности ввести понятие так называемой финансовой жидкости, то явление перемежаемости и перколяционного характера возникающих при этом крупномасштабных фрактальных структур (кластеров изменений  $\Delta S$  индекса S&P500) с хаусдорфовой размерностью в интервале  $D_q = 4/3 \div 5/3$  можно качественно описать в рамках теории подобия финансовой турбулентности. При этом спектральная плотность «кинетической энергии» изменений  $\Delta S$ , например индекса S&P500 в турбулентной финансовой жидкости, эмулирующей финансовую активность на Нью-Йоркской фондовой бирже:

$$E(k) = k^{-D_q} = k^{-\beta-3} = \begin{cases} k^{-5/3}, & \text{для } \beta = 4/3, \\ k^{-4/3}, & \text{для } \beta = 5/3, \end{cases}, (2)$$

где скейлинговый показатель  $\alpha = D_q$  спектральной плотности «энергии» изменений  $\Delta S$  в точности совпадает с величиной фрактальной размерности  $D_q$  скелета вихревого кластера, который в пространстве движений с размерностью  $d=3$  может принимать одно из двух значений [6]:

$$D_q = \begin{cases} 5/3, & \text{показатель спектра Колмогорова — Обухова [3,7],} \\ 4/3, & \text{показатель спектра "уругого скелета" [3,8].} \end{cases} (3)$$

Обнаруженное явление перемежаемости, по-видимому, порождается не только отдельными однородными фракталами или, на языке гидродинамической турбулентности, скелетами вихревых кластеров, а целым спектром фрактальных размерностей в районе интервала  $D_q = 4/3 \div 5/3$ ,

число которых в общем случае может быть бесконечно. Другими словами, в качестве природного фрактала вихрей в финансовой турбулентности выступает так называемый неоднородный фрактал или, точнее говоря, мультифрактал [9, 10]. При этом можно думать, что экспериментально измеренный на шестилетнем интервале эволюции индекса S&P500 (с января 1984 по декабрь 1989 г.) скейлинговый показатель, равный  $D = \alpha = 1,40 \pm 0,05$  [3] относительно (3), отражает в действительности фрактальную размерность основного носителя (опоры) исходного мультифрактального множества.

**Основная часть.**

**Построение мультифрактальной концепции**

Поскольку район исследуемого интервала фрактальных размерностей должен включать островок значений  $D_q = 4/3 \div 5/3$ , то очевидно, что из всего многообразия фрактальной геометрии наиболее подходящими для этих целей мультифракталами с вихревой структурой, содержащими спектр фрактальных размерностей на интервале  $1 < D_q$ , по мнению автора, должны быть исследованы как самые сложные из них (например, неоднородный двойной дракон Хартера — Хетуэя), так и простые мультифракталы типа улитки [10, 11]. Такой выбор обусловлен тем, что оба мультифрактала описываются самоподобной кривой, имеющей форму логарифмической спирали [11].

В дальнейшем предложим более серьезные аргументы в пользу такого выбора, а пока сначала поставим задачу определить спектр обобщенных размерностей для неоднородного множества Хартера — Хетуэя с двумя характерными масштабами длины (рис. 1, а) и одинаковыми мерами их появления  $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$ .

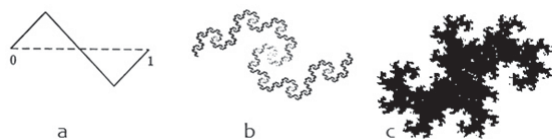


Рис. 1. Генератор контура двойного дракона (а), неоднородный контур двойного дракона с  $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$  (b) и двойной дракон Хартера — Хетуэя с  $5 \cdot 10^4$  точек (с) [10]

Генератором контура двойного дракона служит конструкция, представленная на рис. 1, а. Она образована из одного большого отрезка длиной  $l_1 = 1/\sqrt{2}$  и двух маленьких с длинами  $l_2 = l_3 = 1/2\sqrt{2} = l_1^3$ , расположенных параллельно друг другу и перпендикулярно большому отрезку.

Определим теперь, следуя [9, 10], обобщенную статистическую сумму, характеризуемую показателем степени  $q$ , следующим образом:

$$Z(q, \tau, p, l) = \sum_{i=1}^M \frac{p_i^q}{l_i^\tau}, \quad -\infty < q < \infty, \quad (4)$$

которое при  $M \rightarrow \infty$  асимптотически стремится к единице, если только выполнено условие [10]:

$$\tau(1) = (q - 1) \cdot D_q, \quad (5)$$

которое при разбиении области  $L$  мультифрактала на кубические ячейки со стороны  $\varepsilon \ll L$  равно по определению:

$$\tau(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln Z(q, \varepsilon)}{\ln \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \left( \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon) \right)}{\ln \varepsilon}, \quad (6)$$

где  $N(\varepsilon)$  — суммарное число занятых ячеек, зависящее от размера  $\varepsilon$  ячейки.

Отсюда очевидно, что генератором для такого мультипликативного разбиения фрактального множества, порождающим спектр обобщенных размерностей, будет для нашего случая следующее уравнение:

$$Z(q, \tau) = \frac{P_1^q}{l_1^{\tau(q)}} + 2 \frac{P_2^q}{l_2^{\tau(q)}} = 1. \quad (7)$$

С учетом условия (6) выражение (7) эквивалентно следующему кубическому уравнению:

$$2x^{3(q-1)} + x^{(q-1)} - 3^q = 0, \quad x = 2^{D_q/2}, \quad (8)$$

решения которого относительно  $D_q$  для различных  $q \in [\infty, -\infty]$ , описывают спектр обобщенных размерностей для неоднородного множества Хартера — Хетуэя с двумя характерными масштабами длины  $l_1 = 1/\sqrt{2}$  и  $l_2 = l_3 = 1/2\sqrt{2} = l_1^3$  (рис. 1, а) и одинаковыми мерами их появления  $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3$  (рис. 2).

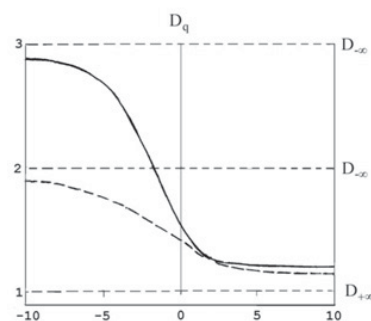


Рис. 2. Спектр обобщенных фрактальных размерностей мультифрактального множества Хартера — Хетуэя (сплошная линия) и улитки (пунктирная)

Хаусдорфова размерность  $D_0$  в общем случае определяется из (4) при обязательном условии (5), где надо положить  $q = 0$ :

$$\sum_{i=1}^M l_i^{D_0} = 1. \quad (9)$$

Отсюда становится ясно, что все обобщенные фрактальные размерности  $D_q$  совпадают, и функция  $D_q = D_0$  является константой в том и только в том случае, когда все меры  $p_i$  связаны с длинами отрезков  $l_i$  соотношением

$$p_i = l_i^{D_0}. \quad (10)$$

Для этого класса фракталов это есть очевидное условие того, что все точки фрактального множества равномерно

распределены по фракталу. В противном случае фрактал становится неоднородным, т.е. фактически представляет собой мультифрактал. В этом случае, поскольку имеются два масштаба, нулевая мода фрактальной размерности  $D_0$  контура неоднородного двойного дракона определяется из уравнения (8) и равно  $D_0 \approx 1,5236$ .

С другой стороны, известно [12], что однородность распределения точек множества двойного дракона гарантирована в случае выбора вероятностей в соответствии с алгоритмом (10)

$$p_1 = l_1^D = 0.59, \quad p_2 = p_3 = l_2^D = 0.205, \quad (11)$$

что позволяет определить величину фрактальной размерности монофрактала, которая оказывается в точности равной величине нулевой моды фрактальной размерности  $D_0$  контура неоднородного двойного дракона (мультифрактала Хартера — Хетуэя).

Теперь рассмотрим мультифрактал типа улитки и также поставим задачу определения спектра обобщенных фрактальных размерностей для неоднородного множества улитки с двумя характерными масштабами длины и одинаковыми мерами их появления  $p_1 = p_2 = 1/2$ . Генератором контура улитки служит конструкция, представленная на рис. 3, а. Она образована из одного большого отрезка длиной  $l_1 = 0,714$  и одного маленького с длиной  $l_2 = 1/2$ . Пользуясь выражением (4), нетрудно записать решение для спектра обобщенных фрактальных размерностей неоднородного множества точек улитки, графическое представление которого дано на рис. 2, а также хаусдорфову размерность, которая в данном случае оказывается также в точности равной ( $D_0 \approx 1,4$ ) величине нулевой моды фрактальной размерности  $D_0$  контура неоднородного множества улитки.

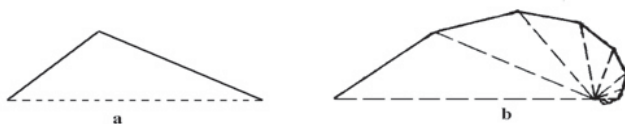


Рис. 3. Генератор контура (а) и алгоритм построения контура улитки с  $p_1 = p_2 = 1/2$  (b)

Очевидный анализ спектров обобщенных фрактальных размерностей, рассмотренных выше мультифракталов показывает, что в обоих случаях основной вклад в обобщенную статистическую сумму (4) при  $q \rightarrow +\infty$ , вносимый ячейками, содержащими наибольшее число частиц и, следовательно, характеризующимися наибольшей вероятностью их заполнения, примерно одинаков. Последнее означает, что обобщенная фрактальная размерность  $D \approx 4/3$  при формировании мультифрактала имеет преимущество перед аналогичной размерностью  $D \approx 5/3$ , что, по-видимому, отражается на возможности осуществления режима перколяции в структуре упругого скелета ( $D \approx 4/3$ ) по сравнению со структурой скелета вихревых кластеров ( $D \approx 5/3$ ).

Принимая во внимание известные и достаточно серьезные трудности определения скейлингового показателя устойчивых распределений, в частности степенного распределения (1), можно сделать предварительный вывод, что экспериментально измеренный на шестилетнем интервале эволюции индекса S&P500 (с января 1984 по декабрь 1989 г.) скейлинговый показатель, равный

$D = \alpha = 1,40 \pm 0,05$  [5], косвенно отражает в действительности фрактальную размерность  $D_0 \approx 1,5236$  или  $D_0 \approx 1,4$  основного носителя (support) исходного мультифрактального множества — монофрактала Хартера — Хетуэя или улитки соответственно.

Естественным образом возникает вопрос, почему «финансовая физика» мультифракталов, в частности двойного дракона Хартера — Хетуэя, принципиально не раскрывает механизм привилегированного положения в спектре обобщенных размерностей фрактальных размерностей Бершадского (3), которым соответствуют устойчивые (и одновременно катастрофические!) образования в финансовой жидкости — так называемые скелеты вихревых кластеров (изменений индекса S&P500). Ответ на этот вопрос чрезвычайно прост, и семантический смысл его связан с тем, что при конструировании мультифрактала с помощью метода систем итерированных функций (Iterated Function System) [12] абсолютно не учитывается «физическое» взаимодействие, энергия которого разрешает собственно сам процесс рождения мультифрактала и тем самым позволяет проводить в реальной жизни прямое дробление или агрегацию базовых элементов. Другими словами, суть гипотетической ситуации контрастно проявляется в попытке задаться вопросом, как, например, потечет ток (финансов или электронов) в неоднородном контуре мультифрактала? Учет такой физической финансовый механизм, который к тому же поможет понять природу привилегированности фрактальных размерностей Бершадского [6].

Указанная трудность снимается в энергетической модели Левитова [13, 14]. Для этого сначала построим систему координат (x, y), в которой в качестве x будем рассматривать множество рациональных чисел в ограниченном интервале  $x \in [1, 2]$ . Причем для построения множества рациональных чисел в этом интервале будем использовать иерархический способ Фаррея [15].

Конструкция Фаррея такова: определим сумму Фаррея рациональных чисел

$$\frac{m}{n} \otimes \frac{p}{q} = \frac{m+p}{n+q}. \quad (12)$$

Теперь запишем 1 и 2 как 1/1 и 2/1 и, сложив, получим  $1/1 \otimes 2/1 = 3/2$ . Впишем 3/2 между 1/1 и 2/1, получим 1/1, 3/2, 2/1. Опять сложим соседей и результаты впишем между слагаемыми 1/1, 4/3, 3/2, 5/3, 2/1 и т. д. В результате таких вычислений получаются все рациональные числа между 1 и 2, организованные иерархически, причем каждое число встречается один раз.

Проведем всевозможные дуги окружности, построенные на отрезках  $(m/n, p/q)$  вещественной оси как на диаметрах ( $m, n, p, q$  — целые) при условии

$$mq - np = \pm 1. \quad (13)$$

Получим разбиение полуплоскости  $y > 0$  на криволинейные треугольники с вершинами

$$m/n, (m+p)/(n+q), p/q, \quad (14)$$

которое показано на рис. 2.

Теперь применим энергетическую модель Левитова [15]. Возьмем решетку на плоскости, заданную двумя параметрами x и y:



$$\vec{r}_{mn} = ((m + nx) / \sqrt{y}, n\sqrt{y}), \quad m, n \in Z. \quad (15)$$

Определим энергию решетки  $E(x, y)$  как сумму энергии попарного взаимодействия узлов решетки:

$$E(x, y) = \sum_{\min} U(|\vec{r}_{mn}|). \quad (16)$$

Взаимодействие  $U(\lambda)$  — любое отталкивательное. Для вычислений, следуя [12, 13, 14], принимаем

$$E(x, y) = \sum_{\min} U(|\vec{r}_{mn}|). \quad (17)$$

Теперь рассмотрим такой процесс. Согласно [15], будем деформировать решетку (15), уменьшая  $y$  от  $+\infty$  до 0, а параметр  $x$  оставим свободным, позволяя решетке самой выбирать значение  $x$  в минимуме энергии  $E(x, y)$  при данном  $y$ . Иными словами, возьмем все пары  $(x, y)$ , отвечающие локальным минимумам  $E$  по  $x$  при  $y = \text{const}$  и нарисуем их на плоскости  $x - y$ . Получится множество кривых, представленных на рис. 4. Видно, что количество минимумов  $E$  по  $x$  увеличивается с уменьшением  $y$ , причем для нас важно, что новые минимумы появляются изолированно от старых. Это означает, что, уменьшая  $y$  и отслеживая минимум по непрерывности, мы никогда не столкнемся с неоднозначностью продолжения пути.

Оказывается, что поведение траекторий минимумов во всех криволинейных треугольниках с координатами (14) одинаковое: одна траектория входит в треугольник сверху через большую сторону и выходит через меньшую, а другая траектория появляется изолированно внутри треугольника и выходит через среднюю сторону (см. вставку на рис. 4). Получается, что вся картина траекторий минимумов на рис. 2 состоит из стандартных блоков-треугольников с вершинами (14), что дает непосредственную связь с триадным деревом процесса образования мультифракталов (это существенно!) и с иерархией Фарея.

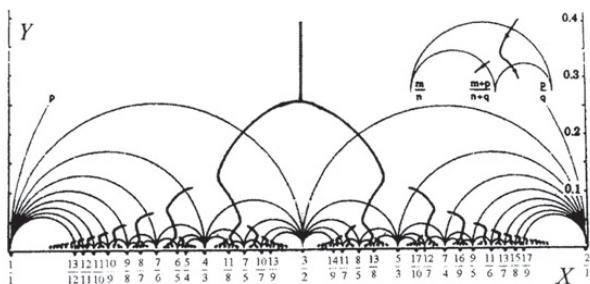


Рис. 4. Жирные линии — траектории минимумов  $E$  по  $x$  при  $y = \text{const}$

Тонкие линии — полуокружности, разбивающие область  $y > 0$  на криволинейные треугольники, в которых поведение траекторий единообразно. Вставка: траектории минимумов в одном треугольнике

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Научная сессия Отделения физических наук Российской академии наук, 2 ноября 2010 г. «Эконофизика и эволюционная экономика». URL: <https://ufn.ru/ru/articles/2011/7/e/>.

Причина изолированности новых минимумов от старых заключается в асимметрии потенциала  $E(x)_{y = \text{const}}$ . Каждый новый минимум, как отмечает Левитов [15], появляется не в результате точной бифуркации, а путем «квазибифуркации», т. е. сразу на ненулевом расстоянии от старого минимума.

Интересно, что начиная с достаточно большого значения  $y$  (скажем,  $y = 0,2$ ) и уменьшая его, детерминированно попадаем, например на правом интервале  $x \in [3/2, 2]$ , на фибоначчиеву последовательность решеток и проходим ее всю, от начала до произвольно больших чисел Фибоначчи [15]. Причем самый короткий путь в фибоначчевой решетке, как это видно из рис. 2, заканчивается на  $x \equiv 5/3$ .

На левом полуинтервале  $x \in [1, 3/2]$  все минимальные решетки не являются фибоначчиевыми, если не разобраться в причинах «квазибифуркаций», удивительно, но самый короткий путь в нефибоначчевой решетке, как это видно из рис. 2, заканчивается на  $x \equiv 4/3$ .

Создается ощущение, что природа прореживает математический спектр обобщенных размерностей, выбирая из них только устойчивые, т. е. те, которые отвечают условию минимума энергии. Более того, как впервые показал Левитов [14], топология траекторий минимумов на рис. 2 устойчива по отношению к изменению потенциала отталкивания  $U$ , что усиливает значимость энергетического правила отбора.

**Результат**

Таким образом, механизм перемежаемости можно объяснить свойствами мультифрактала, причем в спектре обобщенных размерностей последнего природа отдает предпочтение только тем из них, которые обеспечивают условие минимума энергии. Таким правилом отбора, в первую очередь, выделяются именно фрактальные размерности Бершадского (3) скелетов вихревых кластеров. При этом простой анализ статистической суммы и спектра обобщенных фрактальных размерностей показывает, что размерность  $D_q \approx 4/3$  при формировании мультифрактала имеет преимущество (по вероятности и, соответственно, плотности заполнения турбулизированных ячеек) перед аналогичной размерностью  $D_q \approx 5/3$ , которое, по-видимому, отражает известный факт о перколяционном (в отличие от простого скелета  $D_q \approx 5/3$ ) характере упругого скелета ( $D_q \approx 4/3$ ) вихревых кластеров.

Остальные (неустойчивые размерности), по-видимому, играют роль дарвиновского разнообразия, необходимого для комплементарного «подстраивания» к условиям возмущающей (температуры) среды.

**Заключение**

Простота мультифрактала улитки, имеющего спектр обобщенных размерностей на интервале  $D_q \in [1, 2]$  с нулевой модой фрактальной размерности  $D_0 = 1,4$ , который одновременно совпадает как с величиной фрактальной размерности основного носителя исходного мультифрактального множества (монофрактала улитки), так и с экспериментально измеренной ( $D = 1,40 \pm 0,05$ ) в работе [3], указывает на то, что предлагаемая мультифрактальная концепция механизма перемежаемости вихрей в гидродинамической или финансовой турбулентности может иметь право на жизнь.

2. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. Факты. Модели. М. : ФАЗИС, 1998. 512 с.; Т. 2. Теория. М. : ФАЗИС, 1998. 544 с.
3. Montegna R. N., Stanley H. E. Scaling behavior in the dynamics of an economic index // *Nature*. 1995. Vol. 376. Pp. 46—49.
4. Полищук Р. Ф. Экономическая физика: новое слово в экономике // *Бизнес. Образование. Право*. 2011. № 4. С. 14—18.
5. Бегларян М. Е. Перемежаемость и перколяционный характер крупномасштабной фрактальной структуры в турбулентном режиме управления финансовыми операциями // *Нелинейный мир*. 2018. Т. 16. № 3. С. 50—57.
6. Бершадский А. Г. Крупномасштабные фрактальные структуры турбулентности // *УФН*. 1990. Т. 160. С. 189—195.
7. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М. : Наука, 1967. 720 с.
8. Hermann H. J., Hong D. C., Stanley H. E. Backbone and elastic backbone of percolation clusters obtained by the new method of “burning” // *J. Phys. Ser. A*. 1984. Vol. 17. Pp. L261—L265.
9. Олемский А. И., Флат А. Я. Использование концепции фрактала в физике конденсированной среды // *УФН*. 1993. Т. 165. С. 1—50.
10. Божок С. Б., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы. Москва — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 128 с.
11. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Москва — Ижевск : РХД, 2001. 526 с.
12. Barnsley M. *Fractals Everywhere* // Boston : Academic press, 1988.
13. Levitov L. C. Phyllotaxis of flux lattices in layered superconductors // *Phys. Rev. Lett*. 1991. Vol. 66. P. 224.
14. Levitov L. C. Energetic Approach to Phyllotaxis // *Europhys. Lett*. 1991. Vol. 14. P. 533.
15. Левитов Л. С. Числа Фибоначчи в ботанике и физике: филлотаксис // *Письма в ЖЭТФ*. 1991. Т. 54. С. 542—545.

## REFERENCES

1. Scientific session of the Physical Sciences Division of the Russian Academy of Sciences, November 2, 2010 “Econophysics and Evolutionary Economics. (In Russ.). URL: <https://ufn.ru/ru/articles/2011/7/e/>.
2. Shiryayev A. N. *Fundamentals of stochastic financial mathematics*. Vol. 1. Facts. Models. Moscow, FAZIS, 1998. 512 p.; Vol. 2. Theory. Moscow, FAZIS, 1998. 554 p. (In Russ.).
3. Montegna R. N., Stanley H. E. *Nature*, 1995, vol. 376, pp. 46—49.
4. Polishchuk R. F. Econophysics: new word in the economics. *Business. Education. Law*, 2011, no. 4, pp. 14—18. (In Russ.).
5. Beglaryan M. E. The intermittency and percolation character of a large-scale fractal structure in a turbulent mode of financial operations management. *Nonlinear World*, 2018, 16(3), pp. 50—57. (In Russ.).
6. Bershadsky A. G. Large-scale fractal structures of turbulence. *Physics-Uspekhi*, 1990, vol. 160, pp. 189—195. (In Russ.).
7. Monin A. S., Yaglom A. M. *Statistical hydromechanics*. Part 2. Moscow, Nauka Publ., 1967. 720 p. (In Russ.).
8. Hermann H. J., Hong D. C., Stanley H. E., Stanley H. E. Backbone and elastic backbone of percolation clusters obtained by the new method of “burning”. *J. Phys. Ser. A*, 1984, vol. 17, pp. L261—L265. (In Russ.).
9. Olemsky A. I., Flat A. Ya. Using the concept of fractal in condensed matter physics. *Physics-Uspekhi*, 1993, vol. 165. Pp. 1—50. (In Russ.).
10. Bozhokin S. B., Parshin D. A. *Fractals and multifractals*. Moscow, Izhevsk, 2001. 128 p. (In Russ.).
11. Shreder M. *Fractals, chaos, power laws*. Moscow, Izhevsk, 2001. 526 p. (In Russ.).
12. Barnsley M. *Fractals Everywhere*. Academic press, Boston, 1988.
13. Levitov L. C. Phyllotaxis of flux lattices in layered superconductors. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, vol. 66, pp. 224.
14. Levitov L. C. Energetic Approach to Phyllotaxis. *Europhys. Lett.*, 1991, vol. 14, p. 533.
15. Levitov L. S. Fibonacci numbers in botany and physics: phyllotaxis. *JETP Letters*, 1990, vol. 54, pp. 542—545. (In Russ.).

**Как цитировать статью:** Бегларян М. Е. Мультифрактальная концепция механизма перемежаемости вихрей S&P-индексов в финансовой турбулентности // *Бизнес. Образование. Право*. 2020. № 1 (50). С. 182—187. DOI: 10.25683/VOLBI.2020.50.129.

**For citation:** Beglarian M. E. Multifractal conception of the mechanism of intermittency of the whirls S&P-indices in financial turbulence. *Business. Education. Law*, 2020, no. 1, pp. 182—187. DOI: 10.25683/VOLBI.2020.50.129.