

## Научная статья

УДК 330.45

DOI: 10.25683/VOLBI.2024.67.968

**Dmitry Yurievich Gorokhov**

Postgraduate of the Department  
of Mathematical Methods in Economics,  
field of training 5.2.2 — Mathematical,  
statistical and instrumental methods in economics,  
Samara University  
Samara, Russian Federation  
goroh63@mail.ru

**Mikhail Ivanovich Geraskin**

Doctor of Economics,  
Head of the Department  
of Mathematical Methods in Economics,  
Samara University  
Samara, Russian Federation  
innovation@ssau.ru

**Дмитрий Юрьевич Горохов**

аспирант кафедры математических методов в экономике,  
направление подготовки 5.2.2 — Математические,  
статистические и инструментальные методы в экономике,  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С. П. Королева  
Самара, Российская Федерация  
goroh63@mail.ru

**Михаил Иванович Гераськин**

д-р экон. наук,  
заведующий кафедрой математических методов в экономике,  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С. П. Королева  
Самара, Российская Федерация  
innovation@ssau.ru

## ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ В ДВУХКАНАЛЬНЫХ ДВУХСЕКТОРНЫХ ЦЕПЯХ ПОСТАВОК

5.2.2 — Математические, статистические и инструментальные методы в экономике

**Аннотация.** Статья посвящена проблеме оптимизации управления в цепях поставок, моделирующих взаимодействия поставщика или производителя товара и ритейлера, организующего розничную продажу этого товара конечным покупателям. Показано, что в экономической практике контракты в цепи поставок зачастую являются многопараметрическими, т. е. в зависимости от типа контракта сторонам необходимо осуществлять оптимальный выбор различных параметров. Кроме того, цепь поставок нередко является двухканальной, в которой поставка товаров конечному покупателю организована не только через ритейлеров, но через канал прямых продаж, например в сети «Интернет». Это приводит к проблеме многообразия задач управления цепями поставок, требующих для своего решения различных подходов. На основе анализа различных типов контрактов поставки разработана обобщенная модель оптимизации двухканальной цепи поставок для всех типов контрактов. В рамках исследования проведена формализация контрактных отношений в цепи поставок в виде мате-

матических моделей контрактов; выявлены параметры управления контрактом или координирующие параметры контракта; предложена методология разработки обобщенной модели контрактных отношений в цепи поставок на основе дифференциации неинтегрированной и интегрированной систем отношений «поставщик — ритейлер»; сформированы обобщенные векторы объемов поставок, цен поставщика, цен ритейлера, удельных издержек поставщика и ритейлера; представлены обобщенные функции полезности (прибыли) сторон контракта. В результате расширен спектр существующих теоретико-игровых моделей некооперативных игр за счет формирования агрегированной модели взаимодействий таких игроков, как поставщик и ритейлер, в рамках контрактов в цепях поставок.

**Ключевые слова:** цепь поставок, поставщик, ритейлер, контракт оптовой цены, двухкомпонентный тариф, контракт обратного выкупа, распределение выручки, количественно-адаптивный контракт, параметр управления, мультиагентная цепь, многоканальная цепь

**Для цитирования:** Горохов Д. Ю., Гераськин М. И. Обобщенная модель оптимизации управления в двухканальных двухсекторных цепях поставок // Бизнес. Образование. Право. 2024. № 2(67). С. 66—74. DOI: 10.25683/VOLBI.2024.67.968.

## Original article

## GENERALIZED MODEL OF MANAGEMENT OPTIMIZATION IN TWO-CHANNEL TWO-SECTOR SUPPLY CHAINS

5.2.2 — Mathematical, statistical and instrumental methods in economics

**Abstract.** The article is devoted to the problem of optimizing management in supply chains that model the interaction between a supplier or manufacturer of a product and a retailer organizing the retail sale of this product to end customers. It is shown that in economic practice contracts in the supply chain are often multi-parameter, i.e. depending on the type of contract, the parties need to make the optimal choice of various parameters. In addition, there are often two channels in the sup-

ply chain, in which the supply of goods to the end customer is organized not only through a retailer, but through a direct sales channel, for example, on the Internet. This leads to the problem of the variety of supply chain management problems that require different approaches. Based on the analysis of various types of supply contracts, a generalized model for optimizing a two-channel supply chain for all types of contracts is developed. As part of the study, the formalization of contractual relations

*in the supply chain is carried out in the form of mathematical models of contracts; contract management parameters or contract coordinating parameters are identified; a methodology is proposed for developing a generalized model of contractual relations in the supply chain based on the differentiation of non-integrated and integrated systems of supplier-retailer relations; generalized vectors of supply volumes, supplier prices, retailer prices, supplier and retailer unit costs are generated; generalized utility (profit) functions of the parties to the con-*

*tract are presented. As a result, the range of existing game-theoretic models of non-cooperative games is expanded by forming an aggregated model of interactions between players such as suppliers and retailers within the framework of contracts in supply chains.*

**Keywords:** supply chain, supplier, retailer, wholesale price contract, two-component tariff, buyback contract, revenue distribution, quantitative adaptive contract, control parameter, multi-agent chain, multi-channel chain

**For citation:** Gorokhov D. Yu., Geraskin M. I. Generalized model of management optimization in two-channel two-sector supply chains. *Biznes. Obrazovanie. Pravo = Business. Education. Law.* 2024;2(67):66—74. DOI: 10.25683/VOLBI.2024.67.968.

## Введение

**Актуальность.** Цепь поставок представляет собой устойчивую систему рыночных взаимодействий между поставщиком (производителем товара) и ритейлером (розничным продавцом), осуществляющим реализацию товара конечному покупателю (домохозяйствам). Поэтому цепь поставок можно рассматривать как микроячейку всеобъемлющего процесса установления общего равновесия в экономике [1, с. 112—113], балансирующего интересы производителей и домохозяйств через посредство сектора розничной торговли.

Теория игр рассматривает главных действующих лиц цепи поставок: поставщика и ритейлера — как игроков, оптимизирующих свои функции полезности, которые зачастую представляют собой функции прибыли. Поэтому проблема управления цепью поставок неизбежно приводит к оптимизационным моделям, т. е. относится к задачам оптимального управления в экономике. Однако оптимальный выбор стратегий участников цепи поставок предопределен естественным ограничением, вытекающим из того, что эта цепь является целостной системой. В этой системе функции прибыли поставщика и ритейлера взаимосвязаны через параметры их взаимодействий, которые представляют собой их взаимные платежи. Очевидно, что увеличение платежа ритейлера в пользу поставщика (например, в результате роста цены поставки) влечет за собой понижение прибыли ритейлера и повышение прибыли поставщика, а в случае снижения платежа ритейлера возникает противоположная ситуация: прибыль ритейлера возрастает, а прибыль поставщика снижается. Из этого следует противоречивость интересов поставщика и ритейлера. Если рассматривать ситуацию взаимодействий поставщика и ритейлера с позиций теории игр, то анализируемая проблема может быть отнесена к некооперативным играм, в которых необходимо искать решение на основе оптимизации нескольких целевых функций.

В связи с этим исследования особенностей организации контрактных отношений в цепях поставок и обобщения этих характеристик относятся к важнейшим проблемам современной экономики.

**Изученность проблемы.** Цепи поставок являются одним из наиболее популярных предметов изучения теории игр как составной части экономической теории. Данное направление широко представлено в Российском индексе научного цитирования, поскольку в Научной электронной библиотеке *eLibrary.ru* проблеме цепей поставок посвящено около 20 тыс. публикаций. В зарубежной литературе координация в цепях поставок также является мейнстримом, что следует из ряда последних публикаций [2—11]. В частности, исследованы контракты с распределением выручки [5; 8; 9], для которых проведено сравнение с контрактами распределения прибыли [2] и определены диапазоны параметров, в которых

первый тип контрактов более эффективен, чем второй. Наряду с этим анализировались контакты с двухкомпонентными тарифами [7] и ценовыми скидками [3], для которых показаны свойства, способствующие кооперации в цепи поставок. Рассматривались отраслевые аспекты применения контрактов, а именно в мобильной телефонии [10], разработке шельфовых месторождений [11], ветроэлектрогенерации [6], причем эти исследования доказали практическую значимость оптимизации контрактных взаимодействий.

Следовательно, экономическая теория управления ценами поставок за последние десятилетия создала обширный корпус оптимизационных моделей, разнообразие которых вытекает, во-первых, из существования целого ряда формальных структур экономических отношений поставщика и ритейлера, зафиксированных в контрактах поставки различных типов, и, во-вторых, из появления новых форм экономической деятельности, таких как электронная коммерция [12] или «зеленая» экономика [13].

Поэтому **целесообразность разработки проблемы** обобщенной модели управления в цепях поставок вытекает из необходимости создания единого подхода к решению многообразия существующих задач выбора параметров для различных контрактов поставки.

**Научная новизна** исследования выражается в разработке обобщенной модели оптимизации двухканальной цепи поставок, агрегирующей такие типы контрактов, как контракт с фиксированной оптовой ценой, контракт с двухкомпонентным тарифом, контракт обратного выкупа, контракт распределения выручки, количественно-адаптивные контракты, а также объединяющей такие каналы поставок, как канал продажи через ритейлера и канал продажи в сети «Интернет».

**Целью** работы являлось исследование параметров различных типов контрактов в цепях поставок и формирование на этой основе комплексных (векторных) параметров, имплементация которых в функции полезности сторон контракта обеспечивает целостное представление контрактных взаимодействий в виде обобщенной модели.

Для достижения цели были сформулированы следующие **задачи**:

- осуществить формализацию контрактных отношений в цепи поставок в виде математических моделей контрактов;
- выявить параметры управления контрактом или координирующие параметры контракта;
- определить методологию разработки обобщенной модели контрактных отношений в цепи поставок на основе дифференциации неинтегрированной и интегрированной систем отношений «поставщик — ритейлер»;
- сформировать обобщенные векторы объемов поставок, цен поставщика, цен ритейлера, удельных издержек поставщика и ритейлера;

– представить обобщенные функции полезности (прибыли) сторон контракта.

**Теоретическая значимость** исследования заключается в развитии теоретико-игровых моделей некооперативных игр в сфере взаимодействий таких игроков, как поставщик и ритейлер, в рамках контрактов в цепях поставок.

**Практическая значимость** исследования состоит в создании единого инструментария для решения комплекса различных игровых ситуаций, генерируемых экономической практикой при контактных отношениях поставщика и ритейлера.

**Основная часть**

**Методы формализации контрактных отношений в цепи поставок.** Типология контрактов поставки преопределена экономической практикой взаимоотношений поставщика и ритейлера и приводит к следующей системе возможных организационных механизмов оформления этих отношений (рис. 1).

Здесь и в дальнейшем используются следующие обозначения:

- $s$  — поставщик;
- $r$  — ритейлер;
- $w$  — оптовая (трансфертная) цена;
- $\pi_s, \pi_r$  — целевые функции (функции прибыли) поставщика и ритейлера, соответственно;
- $c_s, c_r$  — удельные (на единицу товара) издержки поставщика и ритейлера;
- $p(q)$  — обратная функция спроса на товар, реализуемый по цене  $p$  в количестве  $q$ ;
- $a$  — постоянная часть тарифа, не зависящая от объема продаж;
- $b$  — платеж поставщика ритейлеру за единицу непроданного остатка товара;
- $q_t$  — количество непроданного товара на конец периода  $t$ ;
- $\psi$  — доля от объема продаж конечным покупателям, причитающаяся ритейлеру.

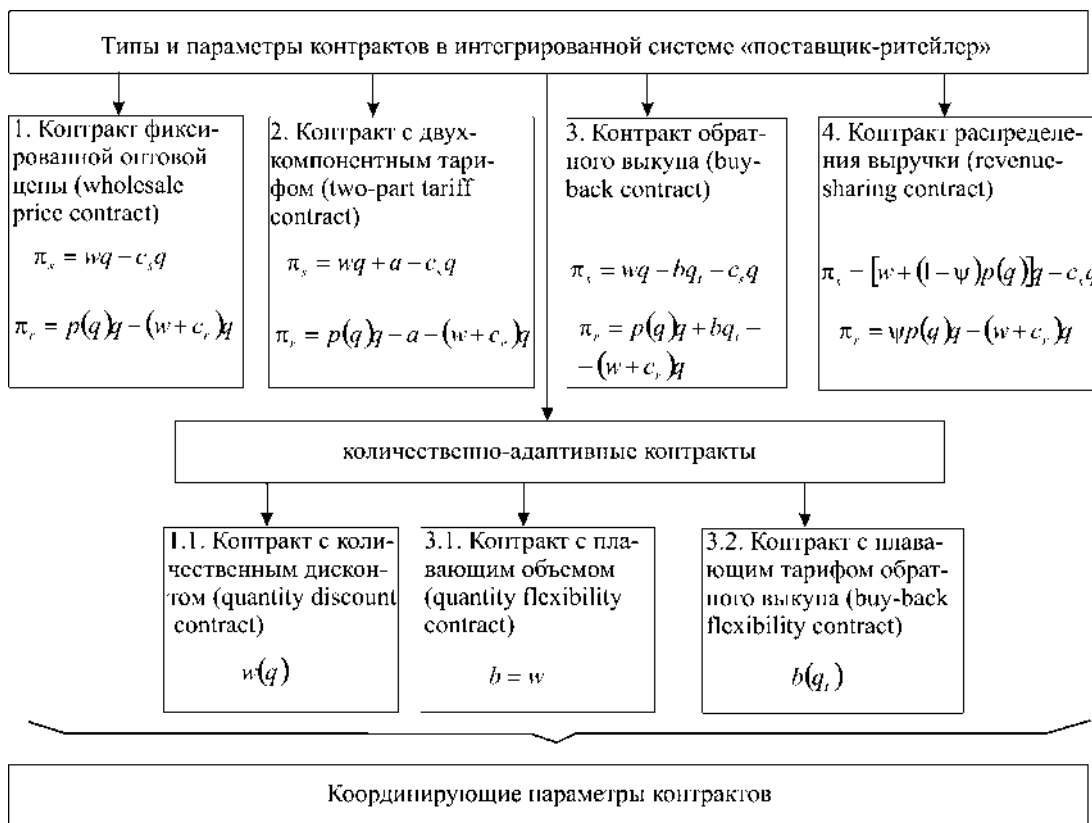


Рис. 1. Характеристики контрактов в системе «поставщик — ритейлер»

Детальный анализ контрактов, для которых целевые функции сторон представлены на рис. 1, проведен в работе [14].

Структура существующих в экономической практике контрактов поставки устроена таким образом, что равновесие взаимодействий поставщика и ритейлера достигается за счет компромиссного выбора одного или нескольких параметров из следующего множества:  $\{w, a, b, \psi\}$ .

В дальнейшем будем называть *параметром управления* контрактом или *координирующим параметром* такой элемент контракта, фигурирующий в целевых функциях поставщика и ритейлера, который имеет следующее свойство: чувствительность целевой функции одной стороны контракта к некоторой вариации этого параметра положительна, а целевой функции другой стороны — отрицательна.

Многообразие координирующих параметров обуславливает представленный на рис. 1 широкий спектр контрактов поставки и вызывает необходимость разработки уникальных методов оптимизации для каждого типа контракта.

В процессе обобщения моделей контрактов поставки необходимо учитывать не только дифференциацию контрактов по типу координирующего параметра, но и разнообразие контрактов, обусловленное количественными характеристиками потоков поставок между участниками контрактов.

Количественные характеристики цепей поставок приводят к классификации по критерию числа каналов товародвижения, с учетом которого различают одноканальные цепи, когда товар распространяется от поставщика к покупателю только через канал ритейлера, и двухканальные цепи поставок.

Двухканальная цепь поставок возникает в случае [15; 16], если поставщик наряду с первым каналом продажи через ритейлера использует второй канал продажи товаров в сети «Интернет», в котором цена того же товара  $p_i$  отличается от цены реализации ритейлера  $p_r$ , т. е. возникает дифферент  $p_r \neq p_i$ . Поэтому в этом случае функция спроса является комбинационной, соответствующей монополистической конкуренции между каналами:

$$q_r = A - b_r p_i + \varepsilon(p_i - p_r),$$

$$q_i = A - b_i p_r + \varepsilon(p_r - p_i).$$

В этом случае в состав параметров состояния (внешней среды) вертикальной системы цепи поставок, помимо функции издержек поставщика, входят следующие характеристики:

– перекрестная ценовая эластичность  $\varepsilon$ , выражающая зависимость цены в одном из каналов поставки от объема продаж в другом канале, которая характеризует ценовую конкуренцию между каналами;

– коэффициенты суммарной по каналам функции спроса на товар  $A, b_r, b_i$ .

В двухканальной системе продаж дополнительным параметром управления, который выбирается поставщиком, является коэффициент  $\theta$ , характеризующий распределение товародвижения между каналами; тогда целевые функции поставщика и ритейлера имеют вид:

$$\pi_s = w\theta q - c_s \theta q + p_i(1 - \theta)q - c_i(1 - \theta)q,$$

$$\pi_r = p_r \theta q - (w + c_r)\theta q.$$

В результате экономическая практика привнесла в теорию цепей поставок еще одну сложность — различие моделей контрактов одноканального и двухканального типов.

Поэтому унификация моделей взаимодействий поставщика и ритейлера на основе редукции различных типов кон-

трактов к некоторому обобщенному виду (метаконтракту), в котором агрегированы все координирующие параметры и каналы поставки, является актуальной проблемой. Решение этой проблемы будет способствовать созданию единого метода выбора оптимальной схемы взаимодействий участников контракта. Таким образом, в данной статье ставится цель формулировки обобщенной модели оптимизации взаимодействий в цепи поставок на основе анализа специфики и свойств контрактов различных типов.

**Методология разработки обобщенной модели.** Формирование контрактных отношений между поставщиком и ритейлером берет начало из состояния неструктурированного рынка некоторого товара, спрос конечного покупателя на который побуждает ритейлера предъявлять заказ на производство этого товара поставщику. Поэтому изначально конечный покупатель может приобретать этот товар как непосредственно у поставщика, так и у ритейлера, который, в свою очередь, может покупать товар у различных поставщиков, не устанавливая с ними устойчивых контрактных отношений. Следовательно, ограничения, зафиксированные в контракте поставки, приводят к появлению структурированного рынка и должны по идее обеспечивать положительные эффекты обоим сторонам контракта.

Таким образом, отношения, зафиксированные в контракте «поставщик — ритейлер», необходимо сравнить с состоянием свободного рынка данного товара. Поэтому, существует два возможных способа организации вертикальных рыночных связей (рис. 2):

- 1) неинтегрированная система отношений «поставщик — ритейлер», предусматривающая однократные поставки от различных поставщиков различным ритейлерам;
- 2) интегрированная система отношений «поставщик — ритейлер», оформленная в виде долговременного контракта поставки между определенными поставщиком и ритейлером.



Рис. 2. Концепция оптимизации двухсекторной двухканальной цепи поставок

Рассмотрим вначале индивидуальные модели поведения игроков (поставщика и ритейлера) на рынке некоторого товара, которые не интегрированы в вертикальную систему и потенциально могут взаимодействовать через

один канал цепи поставок. Иначе говоря, описывается *неинтегрированная система* (обозначена символом «0»), в которой игроки могут свободно выбирать и менять контрагентов, т. е. по существу агентами такой системы являются

не конкретные фирмы, а секторы поставки и ритейла в целом. Введем целевые функции производственного и торгового секторов  $\pi_i^0$ ,  $i = s, r$  в следующем виде:

$$\pi_i^0 = P_i^0(q)q - C_i^0(q), i = s, r. \quad (1)$$

Предположим, что цена в  $i$ -м секторе  $P_i$  является невозрастающей функцией объема продаж  $q$ , а функция издержек  $C_i$  каждого сектора возрастающая по  $q$ , т. е.

$$P_i' \leq 0, C_i' > 0, i = s, r. \quad (2)$$

Предположение (2) адекватно реальности, т. к. убывающая функция цены от объема продаж соответствует закону спроса А. Маршалла, а возрастающие функции издержек фирм отражают кумулятивную сущность издержек.

Предположение (2) гарантирует унимодальность функции полезности (1) каждого сектора, т. е. существование оптимальных решений задач каждого из секторов цепи поставок:

$$\max_{q \geq 0} \pi_i^0 = P_i^0(q)q - C_i^0(q), i = s, r. \quad (3)$$

Далее рассмотрим *интегрированную систему* (соответствующие параметры обозначены без символа «0»), в которой каждый поставщик выбрал конкретного ритейлера и канал поставки, и каждый ритейлер сделал соответствующий выбор, после чего все игроки заключили *контракты поставок*.

Исследование взаимодействий в цепи поставок на основе модели (3), аналогичной классической модели Курно в дуополии [17], широко распространено в научной литературе, как показал проведенный выше анализ. Можно выделить несколько факторов, действующих в реальной цепи поставок, обусловивших применимость этого подхода. Во-первых, система «поставщик — ритейлер» является целостной, поскольку рыночные позиции каждого из агентов не могут быть достигнуты без существования контрагента. Во-вторых, игроки в этой системе являются взаимосвязанными, что проявляется через взаимозависимость их целевых функций. Следовательно, в-третьих, стратегии игроков должны быть выбраны совместно, на основе компромиссного решения, иначе система не будет функционировать. Все эти факторы объективно предопределили выбор модели (3) как основополагающего подхода при анализе цепи поставок. Кроме того, если сравнивать модель (3) с другой известной моделью описания взаимодействий двух игроков — биматричной игрой [18] — следует отметить важное преимущество модели (3): в этой модели целевые функции игроков непрерывны по координирующим параметрам. Эта черта позволяет осуществить точный подбор оптимальных параметров управления.

Как показал предшествующий анализ, вектор координирующих параметров в контракте поставки имеет следующий вид:  $\{w, a, b, \psi, \theta\}$ .

Наряду с этими параметрами, которые стороны контракта (поставщик и ритейлер) выбирают в процессе переговоров, приходя к компромиссу, ключевую роль в бизнес-процессе продажи товаров покупателям играет объем продаж  $q$ . Оптимальное значение объема продаж выбирает ритейлер, базируясь на характеристиках рынка, т. е. на кривой рыночного спроса, а также с учетом других параметров контракта. Следовательно, в агрегированном виде вектор

параметров управления  $\mathbf{u}$  для контракта поставки можно представить следующим образом:

$$\mathbf{u} = \{q, w, \psi, \theta, a, b\}.$$

С учетом этого вектора параметров управления модель поведения агентов в интегрированной системе «поставщик — ритейлер» имеет следующий общий вид:

$$\max_{\mathbf{u} \geq 0} \pi_i = P_i(\mathbf{u})q - C_i(\mathbf{u}), i = s, r. \quad (4)$$

Отметим, что в этой модели форма функций цены и издержек поставщика и ритейлера  $P_i(\mathbf{u})$ ,  $C_i(\mathbf{u})$  принципиально отличается от формы соответствующих функций в модели (3)  $P_i^0(q)$ ,  $C_i^0(q)$ , поскольку функции  $P_i(\mathbf{u})$ ,  $C_i(\mathbf{u})$  учитывают не только зависимость цены и издержек агентов от объема продаж  $q$ , но и от координирующих параметров  $\{w, a, b, \psi, \theta\}$ . В связи с этим дальнейшие этапы разработки обобщенной модели интегрированной системы предусматривают определение конкретных видов функций  $P_i(\mathbf{u})$ ,  $C_i(\mathbf{u})$ .

**Результаты.** Сформулируем модель двухсекторной (сектор поставщика  $s$  и сектор ритейлера  $r$ ) двухканальной (канал ритейлера  $r$  и канал сети «Интернет»  $I$ ) цепи поставок. В такой цепи взаимодействуют два агента (поставщик и ритейлер), и поставщик продает товар конечному покупателю через два канала — канал ритейлера и канал сети «Интернет». Для этой модели определим следующие обобщенные векторы.

**Обобщенная модель двухагентной и двухканальной цепи поставок.** Обобщим объемы продаж через различные каналы, а также иные объемные характеристики товарного потока в виде *вектора объемов поставок*, в котором декомпозирован общий объем поставки  $q$  в зависимости от распределения товародвижения между каналами:

$$\mathbf{q}(\theta) = \begin{bmatrix} q_r \\ q_i \\ 1 \\ q_i \end{bmatrix},$$

где  $q_r = \theta q$  — часть суммарного объема продаж поставщика, которую он реализует через канал ритейлера;  $q_i = (1 - \theta)q$  — часть суммарного объема продаж поставщика, которую он реализует через канал в сети «Интернет»;  $\theta$  — коэффициент распределения товародвижения между каналами, причем при  $\theta = 0$  товар полностью реализуется в сети «Интернет», а при  $\theta = 1$  товар полностью продается через ритейлера.

В структуре вектора  $\mathbf{q}(\theta)$  элемент 1 использован для выражения двухкомпонентного тарифа с константой  $a$ , компонент  $q_i$  является остатком товара на конец периода и соответствует контракту обратного выкупа.

Обобщенная ценовая характеристика контракта со стороны поставщика имеет вид *вектора цен поставщика*, зависящий от оптовой цены  $w$ , константы двухкомпонентного тарифа  $a$  и параметра распределения выручки  $\psi$ :

$$\mathbf{P}_s(q, w, \psi, a) = \begin{bmatrix} w + (1 - \psi)p_r(q) \\ p_i(q) \\ a \\ 0 \end{bmatrix},$$

где  $p_r(q)$ ,  $p_i(q)$  — обратные функции спроса при продажах через канал ритейлера и через канал сети «Интернет» соответственно.

В структуре вектора цен поставщика элемент  $w + (1 - \psi)p_r(q)$  отражает сумму, который получает поставщик за единицу проданного товара через канал ритейлера в рамках контрактов оптовой цены и распределения выручки; элемент  $p_r(q)$  показывает сумму дохода поставщика от единицы товара, реализованного через канал сети «Интернет»; элемент  $a$  соответствует доходу поставщика при контракте двухкомпонентного тарифа; элемент  $0$  относится к контракту обратного выкупа.

Обобщенную систему цен для стороны ритейлера представим в виде следующего вектора цен ритейлера:

$$\mathbf{P}_r(q, w, \psi, a, b) = \begin{bmatrix} \psi p_r(q) \\ 0 \\ -a \\ b \end{bmatrix}.$$

В структуре вектора цен ритейлера элемент  $\psi p_r(q)$  показывает сумму, которую получает ритейлер от продажи единицы товара в случае контракта распределения выручки; элемент  $0$  соответствует отсутствию дохода ритейлера при продаже товаров через канал сети «Интернет»; элемент  $-a$  означает фиксированную часть в контракте двухкомпонентного тарифа; элемент  $b$  показывает ставку в контракте обратного выкупа.

Далее введем обобщенный вектор удельных издержек поставщика:

$$\mathbf{c}_s(b) = \begin{bmatrix} c_s \\ c_s \\ 0 \\ b \end{bmatrix},$$

где первые два элемента одинаковы и равны издержкам поставщика на единицу товара  $c_s$ , поскольку независимо от рассматриваемого канала товародвижения (канал ритейлера и канал сети «Интернет») в векторе объемов  $\mathbf{q}(\theta)$ , поставщик несет на единицу товара одну и ту же сумму издержек; третий элемент  $0$  позволяет выразить контракт двухкомпонентного тарифа; четвертый элемент  $b$  показывает платеж поставщика ритейлеру в контракте обратного выкупа.

Наконец, представим обобщенно вектор удельных издержек ритейлера:

$$\mathbf{c}_r(w) = \begin{bmatrix} w + c_r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

где первый элемент  $w + c_r$  выражает издержки ритейлера на единицу товара, которые во всех типах контрактов состоят из оптовой цены  $w$  и собственных издержек ритейлера  $c_r$ ; остальные элементы введены для моделирования с помощью обобщенного вектора поставок  $\mathbf{q}(\theta)$  других типов контрактов.

Проведем анализ предложенных обобщенных векторов.

Из анализа первого элемента векторов цен  $\mathbf{P}_s, \mathbf{P}_r$  следует, что если рассматривается только контракт оптовой цены без распределения выручки, то  $\psi = 1$ . Анализ третьего элемента векторов цен  $\mathbf{P}_s, \mathbf{P}_r$  показывает, что если тариф однокомпонентный, то соответствующий параметр принимает значение  $a = 0$ . Анализ четвертого элемента векторов цен

$\mathbf{P}_s, \mathbf{P}_r$  говорит о том, что в случае отсутствия в контракте условия обратного выкупа товара параметр этого пункта имеет значение  $b = 0$ . Анализ обобщенных векторов издержек  $\mathbf{c}_s(b), \mathbf{c}_r(w)$  также свидетельствует о том, что без учета условия обратного выкупа товара параметр  $b = 0$ .

Поэтому предложенная система обобщенных векторов  $\mathbf{q}(\theta), \mathbf{P}_s(q, w, \psi, a), \mathbf{P}_r(q, w, \psi, a, b), \mathbf{c}_s(b), \mathbf{c}_r(w)$  охватывает параметры всех типов контракта поставки, описанные на рис. 1. Важно отметить, что аргументами этих векторов являются определенные компоненты вектора параметров управления  $\mathbf{u} = \{q, w, \psi, \theta, a, b\}$ , следовательно, можно выделить составные части контракта, на которые влияют те или иные параметры управления.

С учетом введенных обобщенных векторов объемов поставки, цен и издержек целевые функции полезности производственного и торгового секторов  $\pi_i, i = s, r$  представляются в следующем векторном виде:

$$\begin{aligned} \pi_s &= \mathbf{P}_s(q, w, \psi, a)\mathbf{q}(\theta) - \mathbf{c}_s(b)\mathbf{q}(\theta), \\ \pi_r &= \mathbf{P}_r(q, w, \psi, a, b)\mathbf{q}(\theta) - \mathbf{c}_r(w)\mathbf{q}(\theta). \end{aligned}$$

Поэтому можно записать задачи оптимизации секторов в интегрированной системе:

$$\begin{aligned} \max_{q, w, \psi, a, \theta, b} \pi_s &= \mathbf{P}_s(q, w, \psi, a)\mathbf{q}(\theta) - \mathbf{c}_s(b)\mathbf{q}(\theta), \\ \max_{q, w, \psi, a, \theta, b} \pi_r &= \mathbf{P}_r(q, w, \psi, a, b)\mathbf{q}(\theta) - \mathbf{c}_r(w)\mathbf{q}(\theta). \end{aligned}$$

Сравнение этих моделей с моделями (3) приводит к очевидному выводу: задача управления цепью поставок в интегрированной двухсекторной двухканальной системе с контрактами значительно усложняется по сравнению с задачей управления цепью поставок в неинтегрированной системе, поскольку при интеграции необходимо определить многокомпонентный вектор параметров управления  $\mathbf{u} = \{q, w, \psi, \theta, a, b\}$ .

Следовательно, задача управления цепью поставок в интегрированной двухсекторной двухканальной системе является многопараметрической.

Для иллюстрации путей практического применения разработанной модели рассмотрим прикладной пример комплексного контракта поставки, включающего все описанные выше типы. Проанализируем систему «поставщик — ритейлер» для случая продажи лекарственного препарата со следующими параметрами [19]:  $p_r(q) = 4600q^{-0.4}, p_s(q) = 4200q^{-0.4}, c_r = 200, c_s = 150, q/q = 0,02$ . С учетом данных параметров, сформированные выше векторные целевые функции можно записать в следующем скалярном виде:

$$\begin{aligned} \pi_s &= (w + (1 - \psi)4600q^{-0.4})\theta q + a - bq_t - 150q + 4200q^{-0.4}(1 - \theta)q, \\ \pi_r &= \psi 4600q^{-0.4}\theta q - a + bq_t - (w + 200)\theta q. \end{aligned}$$

В формуле  $\pi_s$  два последних слагаемых, представленных в следующем виде  $(4200q^{-0.4}(1 - \theta) - 150)q = \pi_{sr}$ , выражают прибыль через канал сети «Интернет». Прибыль через канал ритейла обозначим  $\pi_{s0} = \pi_s - \pi_{sr}$ .

На рис. 3 исследовано влияние изменения таких параметров контракта, как  $\psi$  и  $w$ , на область компромисса, которая в данном случае представляет собой диапазон объемов продаж при положительной прибыли ритейлера, т. к. прибыль поставщика положительна при всех  $q$ . Если при сочетании  $\psi = 0,8, w = 155$  область компромисса охватывала интервал

$q \in [0, 1200]$ , то в случае  $\psi = 0,7$ ,  $w = 150$  вследствие снижения функции прибыли ритейлера область компромисса сузилась до  $q \in [0, 850]$ . Из этого следует, что сокращение доли ритейлера в выручке на  $\Delta\psi = 0,1$  оказало более сильное влияние на прибыль ритейлера, чем снижение оптовой цены на  $\Delta w = 5$ .

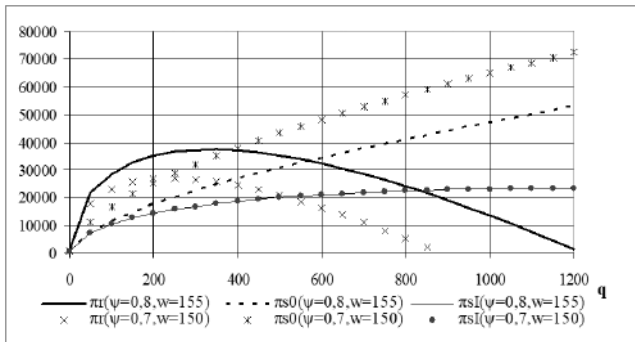


Рис. 3. Анализ влияния  $\psi$  и  $w$  на целевые функции при  $a = 10$ ,  $b = 2$ ,  $\theta = 0,8$

На рис. 5 изучено воздействие доли интернет-торговли в продажах поставщика  $\theta$ . Эта доля значительно снижает функцию прибыли ритейлера, но совершенно не влияет на область компромисса, которая как в случае  $\theta = 0,8$ , так и при  $\theta = 0,5$  остается  $q \in [0, 1200]$ . В то же время прибыль поставщика перераспределяется между каналами продаж, и суммарно существенно возрастает вследствие сокращения выручки, разделяемой с ритейлером.

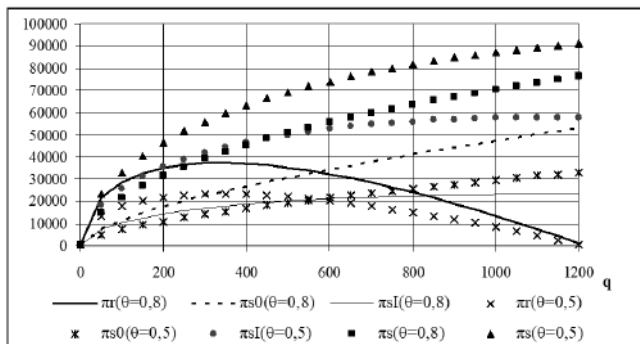


Рис. 5. Анализ влияния  $\theta$  на целевые функции при  $\psi = 0,8$ ,  $w = 155$ ,  $a = 10$ ,  $b = 2$

Таким образом, численный эксперимент продемонстрировал сложность многопараметрической задачи управления цепью поставок, которая требует проведения факторного анализа влияния различных параметров управления на целевые функции. Результаты решения задачи на данном этапе представлены в виде областей компромисса, поскольку для выбора единственного вектора управляющих параметров, максимизирующего целевые функции агентов, необходимо применение специфических алгоритмов многокритериальной оптимизации.

### Заключение

В статье проведен анализ различных типов контрактов, которые аккумулировала экономическая практика. Анализ показал, что в зависимости от формата отношений поставщика и ритейлера между ними могут заключаться договоры в различных формах, причем каждый тип контракта характеризуется различным набором параметров, затрагивающих

На рис. 4 показано влияние вариаций параметров  $a$ ,  $b$  на целевые функции агентов. Очевидно, что эти параметры гораздо менее значимы, чем  $\psi$  и  $w$ , поскольку приращение  $\Delta a = 4990$  и  $\Delta b = 98$  привели к небольшому снижению функций прибыли ритейлера и поставщика, а область компромисса сузилась до  $q \in [0, 1150]$ .

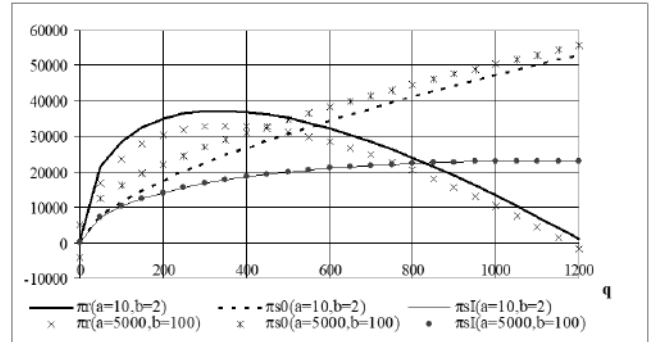


Рис. 4. Анализ влияния  $a$  и  $b$  на целевые функции при  $\psi = 0,8$ ,  $w = 155$ ,  $\theta = 0,8$

интересы обеих сторон контракта. Поскольку эти параметры являются основой согласованного контракта, их уместно именовать координирующими параметрами. В процессе согласования условий контракта, т. е. выбора компромиссных значений координирующих параметров, необходимой для принятия решений каждой стороной контракта является информация об оптимальных значениях этих параметров. Поэтому решение задачи оптимизации координирующих параметров является рутинной операцией в осуществлении всех контрактных отношений. Следовательно, выработка общего метода оптимизации координирующих параметров контрактов представляет собой актуальную проблему исследования операций. Однако разнообразие моделей взаимодействий поставщика и ритейлера исключает возможность использования единого метода оптимизации. Поэтому в статье исследован общий принцип моделирования контрактов поставки, на основе которого координирующие параметры представлены в агрегированном виде векторов объемов, цен и издержек сторон контракта.

В результате в обобщенном виде модель контракта в цепи поставок аналогична моделям оптимального выбора объемов поставки в неинтегрированной, т. е. подобной свободному рынку, системе поставщиков и продавцов. Для этих моделей существует апробированный метод однокритериальной однопараметрической оптимизации, базирующийся на необходимых и достаточных условиях оптимальности.

Сформулированная обобщенная модель двухагентной и двухканальной цепи поставок отражает специфику различных типов контрактов поставок и позволяет унифицировать метод оптимизации, применяемый для расчета оптимальных параметров во всех типах контрактов. Очевидно, что в этом случае метод оптимизации также следует основывать на необходимых и достаточных условиях оптимальности, но в многопараметрической форме.

Практическая значимость результатов исследования состоит в разработке системы вычислительных формул, которые позволяют моделировать различные сценарии взаимодействий поставщика и ритейлера, определять области компромисса при различных сочетаниях параметров контрактов, что создает информационную базу для принятия управленческих решений при заключении контрактов поставки в такой актуальной ситуации, как сочетание различных типов контрактов.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Чечулин В. Л., Черепанова Ю. А., Курыгин А. А. Экономическое равновесие (структуры и модели) : моногр. Пермь : Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2018. 180 с.
2. Ahn I. Profit transfer within a vertical relationship // *Journal of Economic Theory and Econometrics*. 2017. Vol. 28. Iss. 4. Pp. 61—99.
3. Buratto A., Cesaretto R., De Giovanni P. Consignment contracts with cooperative programs and price discount mechanisms in a dynamic supply chain // *International Journal of Production Economics*. 2019. Vol. 218. Pp. 72—82. DOI: 10.1016/j.ijpe.2019.04.027.
4. De Giovanni P., Genc T. S. Coordination in Closed-Loop Supply Chain with Price-Dependent Returns // *Games in Management Science / eds. P. O. Pineau, S. Sigué, S. Taboubi*. Cham : Springer, 2020. Pp. 87—113. (International Series in Operations Research & Management Science; Vol. 280). DOI: 10.1007/978-3-030-19107-8\_6.
5. Fang Z., Huang L., Wierman A. Prices and subsidies in the sharing economy // *Performance Evaluation*. 2019. Vol. 136. Art. 102037. DOI: 10.1016/j.peva.2019.102037.
6. Liu R., Dan B., Zhou M., Zhang Y. Coordinating contracts for a wind-power equipment supply chain with joint efforts on quality improvement and maintenance services // *Journal of Cleaner Production*. 2020. Vol. 243. Art. 118616. DOI: 10.1016/j.jclepro.2019.118616.
7. Lv F., Xiao L., Xu M., Guan X. Quantity-payment versus two-part tariff contracts in an assembly system with asymmetric cost information // *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 2019. Vol. 129. Pp. 60—80. DOI: 10.1016/j.tre.2019.07.010.
8. Madden P. Collective Bargaining in a Basic North American Sports League Model With Broadcasting Revenue // *Journal of Sports Economics*. 2019. Vol. 20. Iss. 8. Pp. 1088—1118. DOI: 10.1177/1527002519851156.
9. Tsao Y.-C., Lee P.-L. Employing revenue sharing strategies when confronted with uncertain and promotion-sensitive demand // *Computers and Industrial Engineering*. 2020. Vol. 139. Art. 106200. DOI: 10.1016/j.cie.2019.106200.
10. Wang N., Fan Z.-P., Zhao X. Coordination in competitive dual sales channels of the mobile phone industry // *International Transactions in Operational Research*. 2020. Vol. 27. Iss. 2. Pp. 984—1012. DOI: 10.1111/itor.12451.
11. Zhao J., Zhou Y.-W., Cao Z.-H., Min J. The shelf space and pricing strategies for a retailer-dominated supply chain with consignment based revenue sharing contracts // *European Journal of Operational Research*. 2020. Vol. 280. Iss. 3. Pp. 926—939. DOI: 10.1016/j.ejor.2019.07.074.
12. Song Z., He S., An B. Decision and coordination in a dual-channel three-layered green supply chain // *Symmetry*. 2018. Vol. 10. Iss. 11. Art. 549. DOI: 10.3390/sym10110549.
13. Chelly A., Nouira I., Frein Y., Hadj-Alouane A. B. On The consideration of carbon emissions in modelling-based supply chain literature: the state of the art, relevant features and research gaps // *International Journal of Production Research*. 2019. Vol. 57. Iss. 15—16. Pp. 4977—5004. DOI: 10.1080/00207543.2018.1497310.
14. Горохов Д. Ю. Анализ координирующих параметров в оптимизационных моделях управления цепями поставок // *Вестник Самарского университета. Экономика и управление*. 2024. Т. 15. № 1. С. 25—35.
15. Zhang Y., Hezarkhani B. Competition in dual-channel supply chains: The manufacturers' channel selection // *European Journal of Operational Research*. 2021. Vol. 291. Iss. 1. Pp. 244—262. DOI: 10.1016/j.ejor.2020.09.031.
16. Deng Z., Zheng B., Jin L. Dual-channel supply chain coordination with online reviews // *Electronic Commerce Research and Applications*. 2023. Vol. 60. Art. 101281. DOI: 10.1016/j.elerap.2023.101281.
17. Cournot A. A. *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*. London : Hafner, 1960. 261 p.
18. Данилов Н. Н., Иноземцева Л. П. Моделирование динамических биматричных игр в форме задач оптимального управления и их применение в экономике // *Вестник Северо-Восточного федерального университета имени М. К. Аммосова*. 2016. № 2(52). С. 64—75.
19. Горохов Д. Ю. Статистический анализ финансовых показателей и ассортимента крупных торговых сетей // *Проблемы экономики современных промышленных комплексов; Финансирование и кредитование в экономике России: методологические и практические аспекты* : сб. тр. XVI Всерос. науч.-практ. конф. Самара, 2023. С. 66—71.

## REFERENCES

1. Chechulin V. L., Cherepanova Yu. A., Kurygin A. A. *Economic equilibrium (structures and models)*. Monograph. Perm, Perm State University publ., 2018. 180 p. (In Russ.)
2. Ahn I. Profit transfer within a vertical relationship. *Journal of Economic Theory and Econometrics*. 2017;28(4):61—99.
3. Buratto A., Cesaretto R., De Giovanni P. Consignment contracts with cooperative programs and price discount mechanisms in a dynamic supply chain. *International Journal of Production Economics*. 2019;218:72—82. DOI: 10.1016/j.ijpe.2019.04.027.
4. De Giovanni P., Genc T. S. Coordination in Closed-Loop Supply Chain with Price-Dependent Returns. *Games in Management Science*. International Series in Operations Research & Management Science; Vol. 280. P. O. Pineau, S. Sigué, S. Taboubi (eds.). Cham, Springer, 2020:87—113. DOI: 10.1007/978-3-030-19107-8\_6.
5. Fang Z., Huang L., Wierman A. Prices and subsidies in the sharing economy. *Performance Evaluation*. 2019;136:102037. DOI: 10.1016/j.peva.2019.102037.
6. Liu R., Dan B., Zhou M., Zhang Y. Coordinating contracts for a wind-power equipment supply chain with joint efforts on quality improvement and maintenance services. *Journal of Cleaner Production*. 2020;243:118616. DOI: 10.1016/j.jclepro.2019.118616.
7. Lv F., Xiao L., Xu M., Guan X. Quantity-payment versus two-part tariff contracts in an assembly system with asymmetric cost information. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 2019;129:60—80. DOI: 10.1016/j.tre.2019.07.010.



8. Madden P. Collective Bargaining in a Basic North American Sports League Model With Broadcasting Revenue. *Journal of Sports Economics*. 2019;20(8):1088—1118. DOI: 10.1177/1527002519851156.
9. Tsao Y.-C., Lee P.-L. Employing revenue sharing strategies when confronted with uncertain and promotion-sensitive demand. *Computers and Industrial Engineering*. 2020;139:106200. DOI: 10.1016/j.cie.2019.106200.
10. Wang N., Fan Z.-P., Zhao X. Coordination in competitive dual sales channels of the mobile phone industry. *International Transactions in Operational Research*. 2020;27(2):984—1012. DOI: 10.1111/itor.12451.
11. Zhao J., Zhou Y.-W., Cao Z.-H., Min J. The shelf space and pricing strategies for a retailer-dominated supply chain with consignment based revenue sharing contracts. *European Journal of Operational Research*. 2020;280(3):926—939. DOI: 10.1016/j.ejor.2019.07.074.
12. Song Z., He S., An B. Decision and coordination in a dual-channel three-layered green supply chain. *Symmetry*. 2018;10(11):549. DOI: 10.3390/sym10110549.
13. Chelly A., Nouira I., Frein Y., Hadj-Alouane A. B. On The consideration of carbon emissions in modelling-based supply chain literature: the state of the art, relevant features and research gaps. *International Journal of Production Research*. 2019;57(15—16):4977—5004. DOI: 10.1080/00207543.2018.1497310.
14. Gorokhov D. Y. Analysis of coordinating parameters in optimization models of supply chain coordination. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*. 2024;15(1):25—35. (In Russ.)
15. Zhang Y., Hezarkhani B. Competition in dual-channel supply chains: The manufacturers' channel selection. *European Journal of Operational Research*. 2021;291(1):244—262. DOI: 10.1016/j.ejor.2020.09.031.
16. Deng Z., Zheng B., Jin L. Dual-channel supply chain coordination with online reviews. *Electronic Commerce Research and Applications*. 2023;60:101281. DOI: 10.1016/j.elerap.2023.101281.
17. Cournot A. A. *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*. London, Hafner, 1960. 261 p.
18. Danilov N. N., Inozemtseva L. P. Modeling of dynamic bimatrix games in the form of problems of optimal management and their application in the economy. *Vestnik Severo-Vostochnogo federal'nogo universiteta imeni M. K. Ammosova = Vestnik of the North-Eastern Federal University*. 2016;2(52):64—75. (In Russ.)
19. Gorokhov D. Yu. Statistical analysis of financial indicators and assortment of large retail chains. *Problemy ekonomiki sovremennykh promyshlennykh kompleksov; Finansirovanie i kreditovanie v ekonomike Rossii: metodologicheskie i prakticheskie aspekty = Problems of the economy of modern industrial complexes; Financing and lending in the Russian economy: methodological and practical aspects. Collection of proceedings of the XVI all-Russian scientific and practical conference*. Samara, 2023:66—71. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 21.02.2024; одобрена после рецензирования 19.03.2024; принята к публикации 08.04.2024.  
The article was submitted 21.02.2024; approved after reviewing 19.03.2024; accepted for publication 08.04.2024.