УДК 372.851
ББК 74.2, 74.4

DOI: 10.25683/VOLBI.2021.56.309

Melnikov Yury Borisovich,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor of the Department of Chess Art
and Computer Mathematics,
Institute of Management and Information Technologies,
Ural State University of Economics,
Russian Federation, Ekaterinburg,
e-mail: UriiMelnikov58@gmail.com

Мельников Юрий Борисович,
канд. физ.-мат. наук,
доцент кафедры шахматного искусства
и компьютерной математики,
Институт менеджмента и информационных технологий,
Уральский государственный экономический университет,
Российская Федерация, г. Екатеринбург,
e-mail: UriiMelnikov58@gmail.com

Suetov Alexandr Pavlovich,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor of the Department of Chess Art
and Computer Mathematics,
Institute of Management and Information Technologies,
Ural State University of Economics,
Russian Federation, Ekaterinburg,
e-mail: a.p.suetov@usue.ru

Суетов Александр Павлович,
канд. физ.-мат. наук,
доцент кафедры шахматного искусства
и компьютерной математики,
Институт менеджмента и информационных технологий,
Уральский государственный экономический университет,
Российская Федерация, г. Екатеринбург,
e-mail: a.p.suetov@usue.ru

РОЛЬ И МЕСТО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО АППАРАТА В СОВРЕМЕННОМ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

THE ROLE AND PLACE OF THE COMPUTING APPARATUS IN MODERN TEACHING OF MATHEMATICS

13.00.02 — Теория и методика обучения и воспитания (математика)
13.00.02 — Theory and methods of teaching and bringing up (mathematics)

В последние десятилетия компьютерная техника вошла в профессиональную деятельность и в быт. Это привело к радикальному снижению потребности в выполнении ручных вычислений. Уже и в среде профессиональных математиков нередко символьные вычисления производятся с помощью программных средств: Maple, GAP, Maxima, MathCAD и др. В связи с этим должны измениться приоритеты математического образования и даже характер обучения математике, поскольку на практике главным достоинством математики считался ее мощный и эффективный вычислительный аппарат. Интуитивно понятно, что полный отказ от изучения вычислительного аппарата приведет к катастрофе не только в восприятии математического аппарата, который далеко не исчерпывается его вычислительным компонентом, но и в системе инженерного, экономического и других направлений образования. В этих условиях слова М. Ломоносова «Математику уже затем учить следует, что она ум в порядок приводит» приобретают особую значимость и должны быть отражены в программах обучения математике и соответствующем учебно-методическом обеспечении. В настоящее время актуальным является вопрос о роли, месте и функциях традиционного вычислительного аппарата в современном обществе и системе образования. В работе построена модель вычислительного аппарата математики, выделены направления использования вычислительного аппарата математики: 1) использование вычислительного аппарата математики в моделировании, т. е. 1.1) моделирование нематематических объектов средствами математики; 1.2) моделирование математических объектов средствами математики; 1.3) моделирование математических объектов нематематическими средствами; 2) использование вычислительного аппарата математики в моделировании деятельности, т. е. 2.1) моделирование системы управления математической и «околоматематической» деятельностью; 2.2) моделирование системы инструментов математической и «околоматематической» деятельности. Кратко представлена система отбора компонентов вычислительного аппарата для формирования учебного курса.

Now computer technology has entered professional activity and everyday life. This has led to a dramatic reduction in the need to perform manual calculations. Even among professional mathematicians, symbolic calculations are often performed using software tools: Maple, GAP, Maxima, MathCAD, etc. Therefore the priorities of mathematical education should change and even the nature of teaching mathematics should change, since in practice the main advantage of mathematics was considered to be its powerful and an efficient computing apparatus. It is intuitively clear that a complete refusal to study the computing apparatus will lead to a catastrophe not only in the perception of the mathematical apparatus, which is far from being exhausted by its computational component, but also in the system of engineering, economics, and other areas of education. Under these conditions, the words of M. Lomonosov "Mathematics should be taught for at least the one reason that it puts the mind in order" acquire special significance and should be reflected in mathematics teaching programs and the corresponding educational and methodological support. Currently, the question of the role, place and functions of the traditional computing apparatus in modern society and the education system is relevant. In the work, a model of the computing apparatus of mathematics is built, the directions of using the computing apparatus of mathematics are highlighted: 1) the use of the computing apparatus of mathematics in modeling, i. e. 1.1) modeling of non-mathematical objects by means of mathematics; 1.2) modeling of mathematical objects by means of mathematics; 1.3) modeling of mathematical objects by non-mathematical means; 2 he use *of the computing apparatus of mathematics in modeling activities, i. e. 2.1) modeling of a management system of mathematical and "near-mathematical" activities; 2.2) modeling of a system of tools of mathematical and "near-mathematical" activities. A system for selecting components of a computing apparatus for the formation of a training course is briefly presented.*

Ключевые слова: вычислительный аппарат, аналитический аппарат математики, теория и методика обучения математике, модели математики, модели вычислительного аппарата математики, отбор компонентов вычислительного аппарата математики, управление математической деятельностью, инструменты математической деятельности, стратегии деятельности, модели-полиады, моделирование.

Keywords: computing apparatus, analytical apparatus of mathematics, theory and methods of teaching mathematics, models of mathematics, models of computing apparatus of mathematics, selection of components of the mathematical computing apparatus, management of mathematical activity, tools of mathematical activity, activity strategies, models-polyads, modeling.

Введение

Актуальность. Математика с ее богатой многотысячелетней историей и потрясающими достижениями завоевала в обществе авторитет, который казался незыблемым. Очевидно, что основой несомненных успехов математики в области прогнозирования является ее вычислительный аппарат. Долгое время развитие вычислительного аппарата шло по пути создания более эффективных процедур (сравните сложность вычислений с числами в римской и так называемой арабской формах записи), создания новых эффективных исчислений (дифференциального, интегрального, вариационного и др.). Но с внедрением компьютеров и информационных технологий вычислительный аппарат математики «мигрировал» в программное обеспечение соответствующих видов деятельности. Сейчас даже профессиональные математики нередко автоматизируют «ручные выкладки» с помощью Mapple, GAP, Maxima и т. п. Использование этих продуктов в российской системе математического образования является скорее исключением, чем правилом, что увеличивает разрыв между мышлением математиков-ученых и учащихся. Проблема преодоления этого разрыва изучается в теории и методике обучения математике [1], в частности обсуждается процесс осознания необходимости математических доказательств [2—4].

В массовом сознании математика нередко отождествляется с ее вычислительным аппаратом, что приводит к потере мотивации к изучению математики у школьников и студентов. Аргументы «без знания математики тебя в магазине обманут» сегодня вызывают только снисходительную улыбку: оплата карточкой или смартфоном уже доступна даже в небольших населенных пунктах. При этом очевидно, что отказ от систематического изучения математики будет иметь многочисленные негативные последствия как для умственного развития отдельных людей, так и для общества в целом.

Изученность проблемы. Внедрение информационных технологий приводит к изменению подходов к мотивации учения, например предлагается «обучение будущему» [5]. В России практика обучения математике нередко ограничена усвоением понятий и типовых алгоритмов. В учебниках и решебниках часто приводится готовое оформленное решение, а процесс его поиска если и затрагивается, то схематично и несистемно. Мы считаем, что представление математики как системы понятий и алгоритмов является односторонним и некорректным. В математику включается невычислительная работа со знаками [6], математика формирует мышление [7, 8]. Усвоение вычислительного мышления считалось (как правило, неявно) одной из целей изучения математики, сегодня эта задача чаще рассматривается в связи с изучением и использованием информационных технологий [9, 8]. Более взвешенное представление о математике дает ее интеграция с другими учебными предметами [10] (формирование техно-математической грамотности), на этом, в частности, основан подход STEM (Science — наука, Technology — технологии, Engeneerig — инженерия, Math — математика) [11].

Целесообразность разработки темы. Нами разработана теория моделирования, основанная на формально-конструктивной трактовке модели, составными частями которой являются, во-первых, теория адекватности; во-вторых, теория стратегий [12—15]; в-третьих, «алгебра моделей», с помощью которой реализуется алгебраический подход к построению моделей [12], по нашему мнению представляющий собой систему из трех компонентов: 1) система базовых моделей; 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций моделей; 3) механизм аппроксимирования, предназначенный для декомпозиции модели в виде результата применения типовых преобразований и типовых комбинаций базовых моделей; в-четвертых, система формализованных моделей различных объектов, компонентов деятельности и т. д. Применение этой теории позволило получить нетривиальные, теоретически и практически значимые результаты в разных областях деятельности. Здесь мы представляем первые наши результаты по теме данного исследования.

Научная новизна. Во-первых, впервые анализ роли и места вычислительного аппарата математики в системе современного образования анализируется с позиций теории моделирования, основанной на формально-конструктивной трактовке модели. Во-вторых, построена модель вычислительного аппарата математики как инструмента моделирования (рис. 1). В-третьих, в результате теоретического анализа выделены направления использования вычислительного аппарата математики.

Целью данной работы является определение роли, места и системы отбора компонентов вычислительного аппарата математики в системе среднего и высшего образования России. Для достижения этой цели были поставлены следующие **задачи**: 1) многоаспектный анализ понятия «вычислительный аппарат математики»; 2) многоаспектный анализ роли и места вычислительного аппарата в структуре математики как науки и учебного предмета; 3) построение моделей вычислительного аппарата математики; 4) выделение подходов к отбору компонентов вычислительного аппарата математики в системе среднего и высшего образования России.

Теоретическая значимость работы заключается, во-первых, в построении системы моделей, отражающих разные аспекты математики и ее вычислительного аппарата, во-вторых, в выделении направлений использования вычислительного аппарата математики, актуальных в эпоху расцвета информационных технологий. **Практическая значимость** работы состоит, во-первых, в предложенной нами системе отбора компонентов вычислительного аппарата для формирования учебного курса в зависимости от контингента обучаемых, во-вторых, в возможности целенаправленного учета и использования всех направлений использования вычислительного аппарата математики в учебных программах и учебно-методическом обеспечении курса математики.

Основная часть

Методология

Методология работы определяется в первую очередь ее теоретическим характером. Методологической базой является теория моделирования Ю. Б. Мельникова, основанная на формально-конструктивной трактовке понятия «модель». Эта теория создана на базе системного подхода (Л. фон Берталанфи, А. Богданов и др.), она включает в себя «алгебру моделей», теорию адекватности, теорию стратегий [12—15] и др.

Результаты исследования

1. Вычислительный аппарат как компонент аналитического аппарата математики. Вычислительный аппарат математики является компонентом математического аппарата обработки информации в рамках аппаратной модели математики [16] (рис. 1).

Рис. 1. Иллюстрация к аппаратной модели математики

Здесь под выЧИСЛительным аппаратом мы понимаем компонент аналитического аппарата, непосредственно связанного с операциями числовой алгебры, включая работу с идентификаторами чисел. Точнее, под вычислительным аппаратом мы будем понимать систему средств для обработки выражений, принимающих числовые значения, включая переменные с числовыми значениями, ориентированными в конечном итоге на создание альтернативных способов получения или упрощение получения числовых значений. Многие символьные преобразования также относятся к вычислительному аппарату, но не все. Синтаксический разбор уравнения, позволяющий отнести его к определенному типу, осуществляется с помощью аналитического, но не вычислительного аппарата. К вычислениям не сводится анализ геометрических фигур, графиков функций, работа с графами посредством построения и анализа различных их изображений (задача плоской укладки графа, наглядного изображения двудольного графа и др.). Например, рассмотрим задачу «Найти расстояние от вершины угла в 60° до точки, расположенной внутри угла на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла» (рис. 2, *а*).

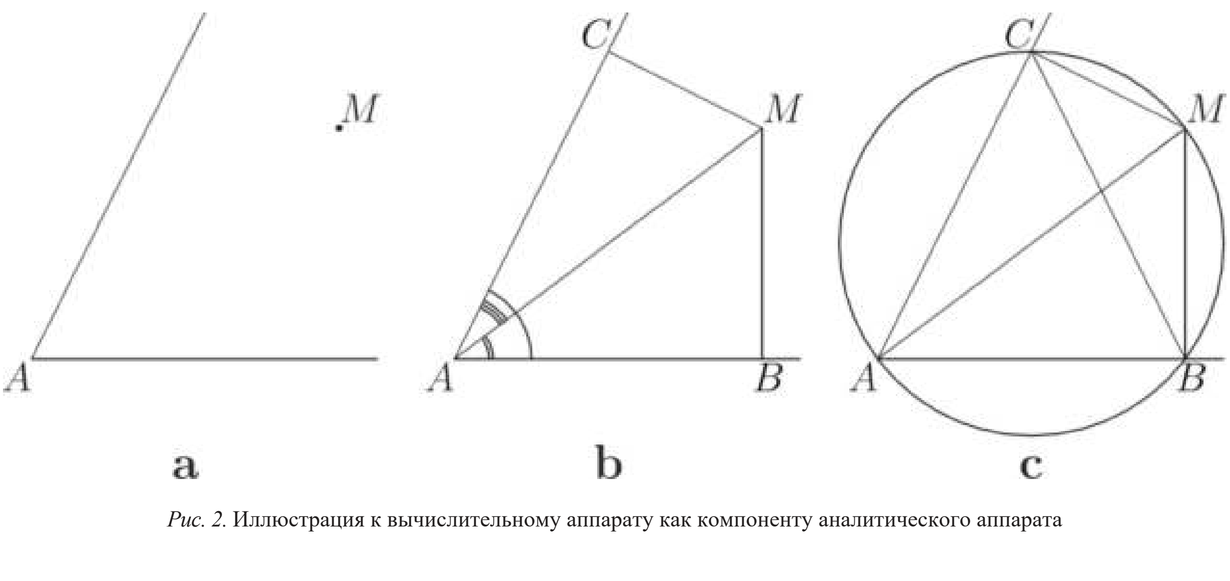

Рис. 2. Иллюстрация к вычислительному аппарату как компоненту аналитического аппарата

Применение аналитического аппарата начинается с построения и изучения геометрических фигур. Во-первых, для того чтобы использовать информацию о расстояниях, следует провести отрезки, длины которых равны расстояниям, получаем на рис. 3, *b*. Представляя двумя способами величину угла *BAC*, получаем уравнение $\frac{\pi}{3} = arctg\frac{2\sqrt{7}}{AM} + arctg\frac{\sqrt{7}}{AM}$.

Получение выражений $arctg\frac{2\sqrt{7}}{AM}$ и $arctg\frac{\sqrt{7}}{AM}$ для величин углов *MAB* и *MAC*, по нашему мнению, относится не к вычислительному, а к понятийному аппарату (см. рис. 2), точнее, к аппарату моделирования.

2. Математика и вычислительный аппарат. Специфика управления математической деятельностью. На практике выделяют несколько видов математики: классическая («чистая»), прикладная, конструктивная, вычислительная, компьютерная (включающая в себя как средства автоматизации математических выкладок, так и методологию решения математических задач, требующих, например, перебора большого числа вариантов), экспериментальная [2], даже «визуальная математика» [17, 18] и др.

Обучение математике есть обучение моделированию, но не сводится к *математическому* моделированию [19]. Обучение математическому моделированию часто подменяется изучением уже известных «типовых моделей» в процессе решения «текстовых», «сюжетных» задач. Нам представляется перспективным использование математических объектов в качестве прототипа вместо типовых физических, экономических и других типовых моделей.

Мы в обучении моделированию при изучении математики ориентируемся на использование соответствующих стратегий деятельности [12—15], что выходит за рамки темы данной статьи.

Один из основных принципов системного подхода к моделированию состоит в том, что, с одной стороны, любой объект представляется системой моделей, отражающих разные его аспекты, с другой стороны, он может рассматриваться как компонент другой модели.

Например, взаимодействие предметных, математических и компьютерных моделей проиллюстрировано с помощью рис. 3, а представление математического аппарата как компонента процесса моделирования изображено на рис. 4, в частности представлена модель вычислительного аппарата как части аналитического аппарата (см. рис. 2).

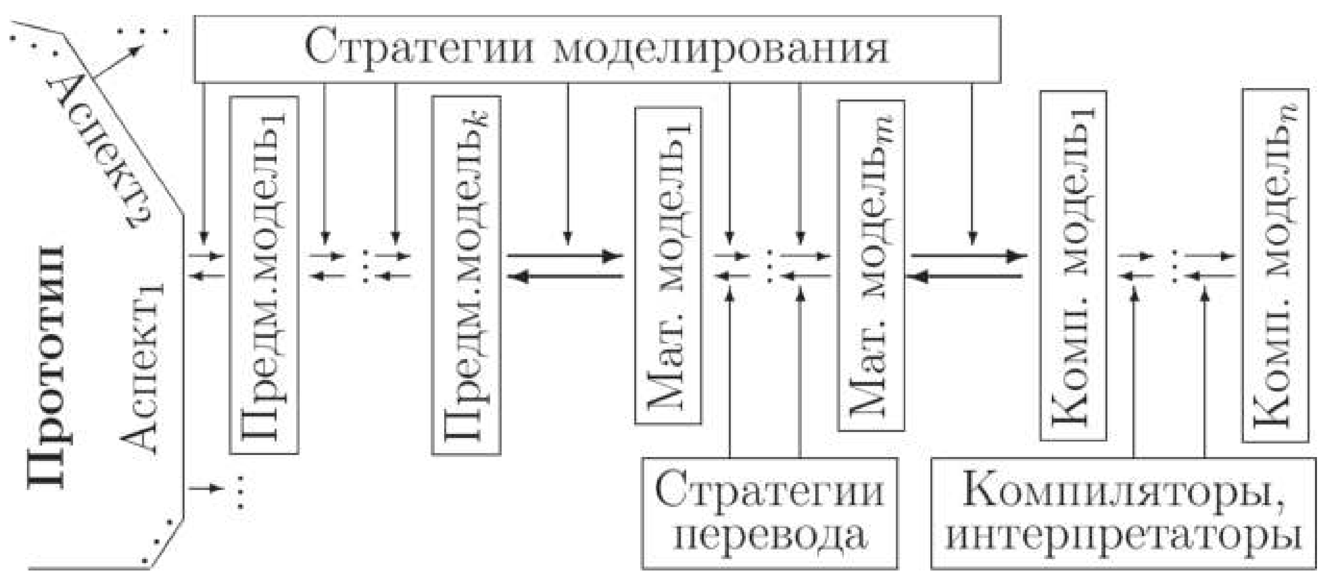

Рис. 3. Иллюстрация к модели взаимодействия предметных, математических и компьютерных моделей

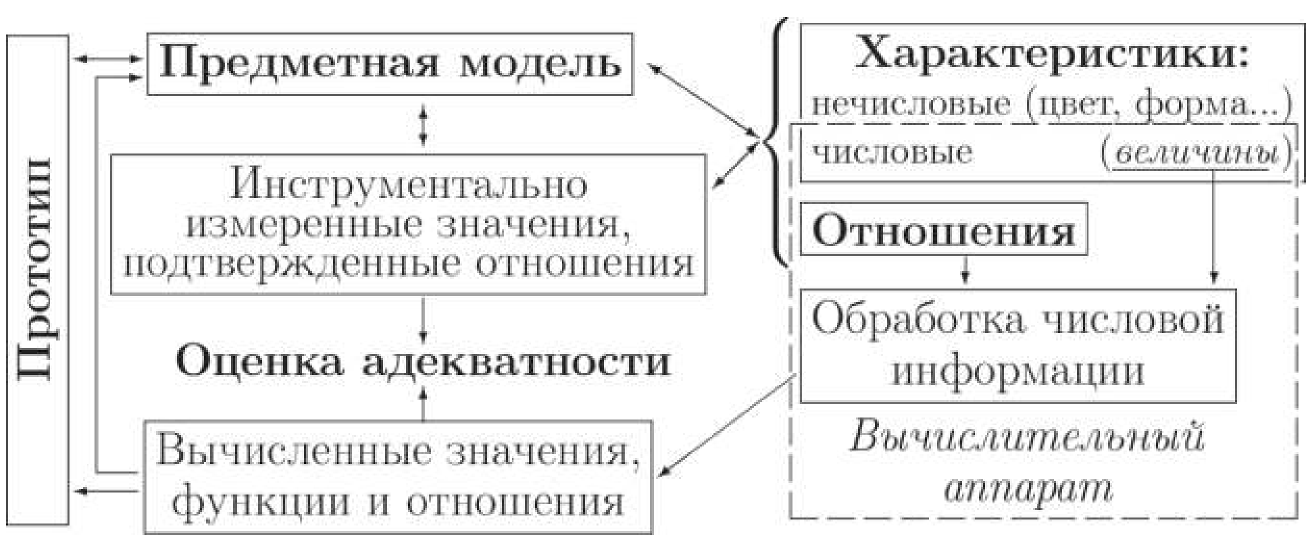

Рис. 4. Иллюстрация к модели вычислительного аппарата математики как инструмента моделирования

Анализ моделей, представленных на рис. 3 и 4, позволяет выделить содержательный и деятельностный (точнее, инструментально-управленческий) компоненты математики и выделить следующие направления использования вычислительного аппарата математики.

2.1. Использование вычислительного аппарата математики в моделировании.

2.1.1. Моделирование нематематических объектов средствами математики. При моделировании нематематических объектов средствами математики вычислительный аппарат применяется, во-первых, для предсказания поведения моделируемого объекта (имитационные модели), во-вторых, для выделения и обоснования отношений между объектами и их компонентами (например, в статистических моделях на основе корреляционного анализа), в-третьих, для описания и идентификации объектов (например, в названии танка Т-34-85 последнее число 85 означает калибр пушки), в-четвертых, для контроля адекватности модели (например, путем сравнения результатов расчетов с инструментальными измерениями или эталонными значениями, как было в ситуации с законом Архимеда, когда изменение веса короны при погружении в воду позволило вычислить удельную плотность материала короны и сравнить ее с плотностью золота).

В учебном процессе набирает силу обучение выполнению вычислительных процедур с помощью информационных технологий [20, 21].

2.1.2. Моделирование математических объектов средствами математики. При моделировании математических объектов средствами математики вычислительный аппарат применяется, во-первых, для использования инструментария различных теорий, описывающих объект (установление значений величин, способов их получения, установление отношений и др.); во-вторых, для контроля адекватности результатов (например, путем сравнения расчетов средствами разных моделей); в-третьих, для упрощения перехода от исследования отдельного объекта к изучению системы объектов; в-четвертых, для перехода от изучения объекта в целом к исследованию его компонентов; в-пятых, для обоснования корректности суждений (например, корректности определений). Например, определению суммирования обыкновенных дробей предшествует доказательство корректности определения, т. е. доказательство того, что если в сумме заменить дроби на равные им, то и соответствующие суммы будут равны:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}=\frac{(ad+bc)mn}{bdmn}=$$
$$=\frac{amdn+bmcn}{bmdn}=\frac{am}{bm}+\frac{cn}{dn}.$$

Вычислительный аппарат используется при моделировании объема понятия с помощью определения и содержания понятия. Например, прямую на плоскости с прямоугольной декартовой системой координат можно задать уравнением, т. е. *утверждением о координатах произвольной точки этой прямой*. Вычислительный аппарат может применяться и при отождествлении объектов, например, он потребуется, чтобы выяснить совпадают ли прямые $2x-3y=5$ и $\begin{cases} x=7+3, \\ y=2+2. \end{cases}$

2.1.3. Моделирование математических объектов нематематическими средствами. Моделирование математических объектов нематематическими средствами (счетные палочки, геометрические чертежи и др.) обычно используется для совершенствования и оценки адекватности вычислительного аппарата по следующим направлениям: во-первых, для получения отношений и правил на основании анализа «нематематических» моделей математических объектов (на этом основано, например, изучение свойств чисел в начальной школе); во-вторых, для обоснования непротиворечивости создаваемой или изучаемой теории или системы отношений (например, непротиворечивость вычислений по данной системе правил); в-третьих, для установления межпредметных связей (например, для понимания и усвоения выполняемых преобразований, правил и отношений). Например, обоснованием (не доказательством!) теоремы о пересечении трех медиан в треугольнике может быть доказательство, что эта точка совпадает с центром тяжести треугольной однородной пластины.

Как установление межпредметных связей, обеспечивающих понимание смысла выполняемых преобразований и упрощающих усвоение соответствующих правил и отношений, можно рассматривать интерпретацию производной как мгновенной скорости и тангенса угла наклона касательной.

2.2. Использование вычислительного аппарата математики в моделировании деятельности.

2.2.1. Моделирование системы управления математической и «околоматематической» деятельностью. В математической деятельности роль управления беспрецедентна, так как остальные компоненты математической деятельности почти всегда абстрактны. В теории и практике обучения рассматривается управление посредством прогнозирования рассуждений обучаемых и применения подсказок [7]. В международной программе по оценке образовательных достижений учащихся (PISA — Programme for International Student Assessment) для оценивания математической грамотности рассматривается три уровня компетентности: 1) воспроизведение (включает проверку определений или простых вычислений, характерных для обычной проверки математической подготовки учащихся); 2) установление связей (самостоятельный подбор математических фактов и методов для решения явно сформулированных и отчасти знакомых математических задач); 3) размышления (сформированность математического мышления, умения обобщать, выделять в предложенной проблеме математическую составляющую). Эти уровни компетентности отражают разные уровни управления математической деятельностью.

Нам представляется, что оценку управления деятельностью целесообразно проводить на основе разработанной нами теории стратегий [12—15 и др.]. Мы выделили три уровня представления системы управления математической деятельностью: 1) уровень типовых алгоритмов (вычисления по формуле, метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений и др.); 2) уровень типовых стратегий деятельности (стратегии вычисления неопределенного интеграла, стратегии решения уравнений и др.); 3) уровень методологии — типовые стратегии межпредметного уровня или создание новых стратегий (например, метод рассуждений «от противного», получение из него метода математической индукции). Это перекликается с уровнями математической грамотности, зафиксированными в PISA.

Наиболее комфортным (и с точки зрения обучаемого, и с точки зрения преподавателя) на начальном этапе обычно представляется уровень типовых алгоритмов. Но в результате нередко формируется представление о бессмысленности и схоластичности такого обучения, что, как ни странно, может устраивать и обучаемого, и педагога. Для формирования когнитивных структур, обеспечивающих эффективное управление деятельностью, требуется переход на второй (типовые стратегии) и третий (методологический) уровни управления. В качестве примера управления деятельностью на уровне методологии рассмотрим решение следующей задачи.

Без использования теории функций нескольких переменных найдите максимум для $(x-y)^2 + (u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2 + (y-4)^2 + (u-3)^2 + (v-2)^2 = 1.$$

Решение этой задачи требует работы на уровне методологии, поскольку стратегия построения плана решения использует комбинацию различных стратегий деятельности. Например, минимизируемое выражение можно трактовать как длину отрезка PQ (рис. 5, *a*).

Условие для переменных переписать в виде

$$(y-4)^2 + (v-2)^2 = R^2 = 1 - (x-1)^2 - (u-3)^2,$$

см. рис. 5, *b*. Ясно, что при фиксированном R расстояние между P и Q будет максимальным в ситуации на рис. 5, *c*. Остается выразить расстояние между P и Q через R и минимизировать функцию от R. В рассмотренном примере стратегию построения решения мы представили в виде комбинации стратегий, известных ученикам старших классов, но такое комбинирование требует не только знания этих стратегий, но и умения их комбинировать.

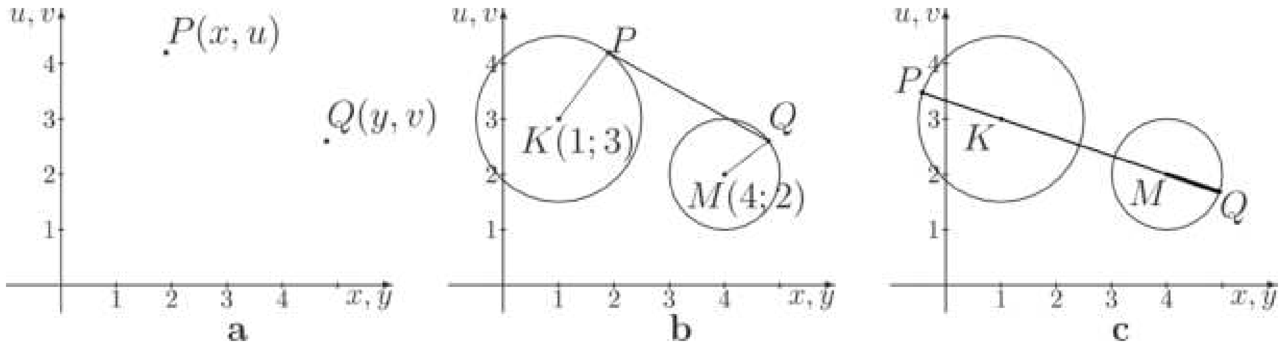

Рис. 5. Решение задачи

При моделировании системы управления математической и «околоматематической» деятельностью вычислительный аппарат применяется, во-первых, для оценки параметров моделей управления (например, расчет времени на выполнение учебных и контрольных заданий); во-вторых, для оптимизации моделей управления [9]; в-третьих, для оценки адекватности моделей управления (например, как результат статистической обработки результатов контроля). Информацию для расчетов можно получить с помощью разных компонентов электронного обучения [22—24].

2.2.2. Моделирование системы инструментов математической и «околоматематической» деятельности (как компонента системы управления)**.** При моделировании системы инструментов математической и «околоматематической» деятельности вычислительный аппарат применяется, во-первых, для выполнения функций этого инструмента (применение теоремы Пифагора для вычисления длины стороны или доказательства перпендикулярности); во-вторых, для сравнительной оценки эффективности применения различных инструментов для решения задачи (например, когда информация сформулирована на разных языках [15]); в-третьих, для комплексной оценки важности и значимости различных инструментов для повышения интереса к обучению, формирования определенных когнитивных структур, внутрипредметных и межпрежметных связей.

3. Краткий абрис системы отбора компонентов вычислительного аппарата для формирования учебного курса. Особенности обучаемых определяют уровень владения вычислительным аппаратом и состав этого аппарата, оценку его критичности для усвоения математического содержания и осуществления планируемых видов деятельности с учетом перечисленных выше направлений использования вычислительного аппарата математики.

Например, для экономистов, инженеров, исследователей в области естественных наук математика важна как инструмент и как язык. Требуется не только владение основами вычислительного аппарата, но и умение использовать связь его с понятийным аппаратом математики (например, для обоснования корректности определений, для построения математических моделей и оценки их адекватности), понимание ограниченности компьютерных вычислений, например, для плохо обусловленных систем или дифференциальных уравнений при нарушении условия теоремы существования и единственности решения.

Если будущая деятельность не связана с развитием или использованием математики, то обучение вычислительному аппарату может сводиться к применению вычислений для перевода информации на другой язык, для демонстрации возможностей разных языков для обработки информации, для формирования связей исторического, историко-экономического, историко-научного характера, демонстрации разных стилей мышления (для эффективной и конструктивной коммуникации в разнородных коллективах), для управления деятельностью.

Выводы

Выделены основные направления использования вычислительного аппарата математики, актуальные для обучения математике:

1) моделирование содержательного компонента математики;

2) моделирование деятельностного компонента математики, т. е. моделирование различных аспектов математической и «околоматематической» деятельности.

Из этого мы получили следующие следствия:

1. Изучение вычислительного аппарата и овладение им в настоящее время не может быть самоцелью при изучении математики.

2. В учебном курсе должны быть гармоничным образом отражены все аспекты использования вычислительного

аппарата: при моделировании содержательного компонента математики (при моделировании нематематических объектов средствами математики, при моделировании математических объектов средствами математики, при моделировании математических объектов нематематическими средствами), при моделировании деятельностного компонента математики (при моделировании системы управления математической и «околоматематической» деятельностью, при моделировании системы инструментов математической и «околоматематической» деятельности).

3. Для повышения образовательного результата применения обучаемыми программных средств для вычислений требуются дальнейшие исследования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Sriraman B. Mathematics and mathematics education: searching for common ground. Advances in mathematics education // Mathematical Thinking and Learning. 2014. Vol. 16. No. 3. Pp. 251—252.

2. Yastrebov A., Shabanova M. Education of a mathematician-experimentalist, or soft manifesto of experimental mathematics // Mathematics and Informatics. 2015. Vol. 58. No. 2. Pp. 129—142.

3. Perceptions on proof and the teaching of proof: a comparison across preservice secondary teachers in Australia, USA and Korea / K. Lesseig, G. Hine, Gwi Soo Na, K. Boardman // Mathematics Education Research Journal. 2019. Vol. 31. No. 4. Pp. 393—418. DOI: 10.1007/s13394-019-00260-7.

4. Llinares S., Clemente F. Characteristics of the shifts from configural reasoning to deductive reasoning in geometry // Mathematics Education Research Journal. 2019. Vol. 31. No. 3. Pp. 259—277.

5. Developing future-scaffolding skills through science education / O. Levrini, G. Tasquier, L. Branchetti, E. Barelli // International Journal of Science Education. 2019. Vol. 41. No. 18. Pp. 2647—2674. DOI: https://doi.org/10.1080/09500693.2019.1693080. URL: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/09500693.2019.1693080.

6. Wille A. M. Activity with signs and speaking about it: exploring students' mathematical lines of thought regarding the derivative // International Journal of Science and Mathematics Education. 2020. Vol. 18. No. 8. Pp. 1587—1611. DOI: https://ezproxy.urfu.ru:3055/10.1007/s10763-019-10024-1. URL: https://ezproxy.urfu.ru:3055/10.1007/s10763-019-10024-1.

7. Hussmann S., Schacht F., Schindler M. Tracing conceptual development in mathematics: epistemology of webs of reasons // Mathematics Education Research Journal. 2019. Vol. 31. No. 2. Pp. 133—149.

8. Берман Н. Д. Роль информационных технологий в развитии навыков вычислительного мышления // Мир науки. Педагогика и психология. 2019. Т. 7. № 2. URL: https://mir-nauki.com/PDF/89PDMN219.pdf.

9. Реализация идей вычислительной педагогики в выборе форм обучения на основе марковской модели иерархий / М. Г. Коляда, Т. И. Бугаева, Е. Г. Ревякина, С. И. Белых // Перспективы науки и образования. 2019. № 2(38). С. 413—427.

10. Van der Wal N. J., Bakker A., Drijvers P. Teaching strategies to foster techno-mathematical literacies in an innovative mathematics course for future engineers // ZDM-Mathematics Education. 2019. Vol. 51. No. 6, SI. Pp. 885—897.

11. Miller J. STEM education in the primary years to support mathematical thinking: using coding to identify mathematical structures and patterns // ZDM-Mathematics Education. 2019. Vol. 51. No. 6, SI. Pp. 915—927.

12. Мельников Ю. Б., Поторочина К. С. Алгебраический подход к математическому моделированию и обучению математической и «предматематической» деятельности // Ярославский педагогический вестник. Сер. : Физ.-мат. и естеств. науки. 2010. № 3. С. 19—24.

13. Мельников Ю. Б., Хрипунов И. В., Чоповда В. С. Алгебраический подход к стратегиям проектной деятельности // Известия УрГЭУ. 2014. № 2(53). С. 115—123.

14. Стратегии построения модели / Ю. Б. Мельников, Д. А. Евдокимова, Е. А. Дергачев, Д. А. Успенский, М. С. Огородов // Управленец. 2014. № 3(49). С. 52—56.

15. Мельников Ю. Б., Соловьянов В. Б., Ширпужев С. В. Стратегия перевода с одного математического языка на другой // Известия Рос. гос. пед. ун-та им. А. И. Герцена. 2017. № 184. С. 74—82.

16. Мельников Ю. Б., Боярский М. Д., Локшин М. Д. Определение приоритетов обучения математике будущих экономистов и инженеров на основе моделей математики // Современные проблемы науки и образования. 2017. № 6. URL: http://www.science-education.ru/article/view?id=27321.

17. Строгац С. Удовольствие от *x*. Увлекательное путешествие в мир математики от одного из лучших преподавателей в мире / Пер. с англ. М. : Манн, Иванов и Фербер, 2014. 304 с.

18. Katranci Y., Sengul S. The relationship between mathematical literacy and visual math literacy self-efficacy perceptions of middle school students // Pegem Egitim Ve Ogretim Dergisi. 2019. Vol. 9. No. 4. Pp. 1113—1138. DOI: 10.14527/pegegog.2019.036.

19. Каменкова Н. Г., Некрасова С. А. Формирование умения моделирования в процессе вычислительной деятельности младших школьников // Герценовские чтения. Начальное образование. 2020. Т. 11. № 1. С. 109—119.

20. Шиян А. Ф., Шиян Н. В. Использование свободного программного обеспечения в учебном вычислительном эксперименте при исследовании нелинейных магнитных цепей // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 3. С. 271.

21. Шиян А. Ф., Шиян Н. В. Решение дифференциальных уравнений в учебном вычислительном эксперименте средствами математического онлайн интернет-сервиса WOLFRAMALPHA // Наука и образование в Арктическом регионе : материалы Междунар. науч.-практ. конф. Мурманск : Мурманский гос. техн. ун-т, 2015. С. 92—98.

22. Online vs traditional homework: a systematic review on the benefits to students' performance / P. Magalhaes, D. Ferreira, J. Cunha, P. Rosario // Computers & Education. 2020. Vol. 152. URL: https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103869.

23. Clark-Wilson A., Hoyles C. A research-informed web-based professional development toolkit to support technology-enhanced mathematics teaching at scale // Educational Studies in Mathematics. 2019. Vol. 102. No. 3, SI. Pp. 343—359.

24. Designing MATLAB course for undergraduates in cartography and geographic information science: linking research and teaching / J. Tian, Ch. Ren, Y. Lei, Y. Wang // Journal of Geography in Higher Education. Vol. 44. No 1. Pp. 25—44. DOI: 10.1080/03098265.2019.1694873.

REFERENCES

1. Sriraman B. Mathematics and mathematics education: searching for common ground. Advances in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 2014, vol. 16, no. 3, pp. 251—252.

2. Yastrebov A., Shabanova M. Education of a mathematician-experimentalist, or soft manifesto of experimental mathematics. *Mathematics and Informatics*, 2015, vol. 58, no. 2, pp. 129—142.

3. Lesseig K., Hine G., Gwi Soo Na, Boardman K. Perceptions on proof and the teaching of proof: a comparison across preservice secondary teachers in Australia, USA and Korea. *Mathematics Education Research Journal*, 2019, vol. 31, no. 4, pp. 393—418. DOI: 10.1007/s13394-019-00260-7.

4. Llinares S., Clemente F. Characteristics of the shifts from configural reasoning to deductive reasoning in geometry. *Mathematics Education Research Journal*, 2019, vol. 31, no. 3, pp. 259—277.

5. Levrini O., Tasquier G., Branchetti L., Barelli E. Developing future-scaffolding skills through science education. *International Journal of Science Education*, 2019, vol. 41, no. 18, pp. 2647—2674. DOI: https://doi.org/10.1080/09500693.2019.1693080. URL: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/09500693.2019.1693080.

6. Wille A. M. Activity with signs and speaking about it: exploring students' mathematical lines of thought regarding the derivative. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2020, vol. 18, no. 8, pp. 1587—1611. DOI: https://ezproxy.urfu.ru:3055/10.1007/s10763-019-10024-1. URL: https://ezproxy.urfu.ru:3055/10.1007/s10763-019-10024-1.

7. Hussmann S., Schacht F., Schindler M. Tracing conceptual development in mathematics: epistemology of webs of reasons. *Mathematics Education Research Journal*, 2019, vol. 31, no. 2, pp. 133—149.

8. Berman N. D. The role of information technology in the development of computational thinking skills. *World of Science. Pedagogy and psychology*, 2019, vol. 7, no. 2. (In Russ.) URL: https://mir-nauki.com/PDF/89PDMN219.pdf.

9. Kolyada M. G., Bugaeva T. I., Revyakina E. G., Belykh S. I. Implementation of the ideas of computational pedagogy in the choice of forms of education based on the Markov model of hierarchies. *Prospects for Science and Education*, 2019, no. 2(38), pp. 413—427. (In Russ.)

10. Van der Wal N. J., Bakker A., Drijvers P. Teaching strategies to foster techno-mathematical literacies in an innovative mathematics course for future engineers. *ZDM-Mathematics Education*, 2019, vol. 51, no. 6, SI, pp. 885—897.

11 Miller J. STEM education in the primary years to support mathematical thinking: using coding to identify mathematical structures and patterns. *ZDM-Mathematics Education*, 2019, vol. 51, no. 6, SI, pp. 915—927.

12. Melnikov Yu. B., Potorochina K. S. Algebraic approach to mathematical modeling and teaching mathematical and "pre-mathematical" activities. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, *Physical, mathematical and natural sciences*, 2010, no. 3, pp. 19—24. (In Russ.)

13. Melnikov Yu. B., Khripunov I. V., Chopovda V. S. Algebraic approach to the strategies of project activities. *Izvestiya USUE*, 2014, no. 2(53), pp. 115—123. (In Russ.)

14. Melnikov Yu. B., Evdokimova D. A., Dergachev E. A., Uspensky. D. A., Ogorodov M. S. Model building strategies. *Manager*, 2014, no. 3(49), pp. 52—56. (In Russ.)

15. Melnikov Yu. B., Solovyanov V. B., Shirpuzhev S. V. Strategy of translation from one mathematical language to another. *Bulletin of the Herzen Russian State Pedagogical University*, 2017, no. 184, pp. 74—82. (In Russ.)

16. Melnikov Yu. B., Boyarsky M. D., Lokshin M. D. Determination of the priorities of teaching mathematics to future economists and engineers on the basis of mathematics models. *Modern problems of science and education*, 2017, no. 6. (In Russ.) URL: http://www.science-education.ru/article/view?id=27321.

17. Strogatz S. The Joy of *x*: *a guided tour of Math, from One to Infinity*. In: *An Eamon Dolan Book*. Houghton Mifflin Harcourt. Boston, New York, 2012. 284 p.

18. Katranci Y., Sengul S. The relationship between mathematical literacy and visual math literacy self-efficacy perceptions of middle school students. *Pegem Egitim Ve Ogretim Dergisi*, 2019, vol. 9, no. 4, pp. 1113—1138. DOI: 10.14527/pegegog.2019.036.

19. Kamenkova N. G., Nekrasova S. A. Formation of modeling skills in the process of computing activity of younger schoolchildren. *Herzen Readings. Primary education*, 2020, vol. 11, no. 1, pp. 109—119. (In Russ.)

20. Shiyan A. F., Shiyan N. V. The use of free software in an educational computational experiment in the study of nonlinear magnetic circuits. *Modern problems of science and education*, 2014, no. 3, p. 271. (In Russ.)

21. Shiyan A. F., Shiyan N. V. Solution of differential equations in an educational computational experiment by means of the mathematical online Internet service WOLFRAMALPHA. In: *Science and education in the Arctic region. Materials of the international sci. and pract. conf.* Murmansk State Technical University, 2015. Pp. 92—98. (In Russ.)

22. Magalhaes P., Ferreira D., Cunha J., Rosario P. Online vs traditional homework: a systematic review on the benefits to students' performance. *Computers & Education*, 2020, vol. 152. URL: https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103869.

23. Clark-Wilson A., Hoyles C. A research-informed web-based professional development toolkit to support technology-enhanced mathematics teaching at scale. *Educational Studies in Mathematics*, 2019, vol. 102, no. 3, SI, pp. 343—359.

24. Tian J., Ren Ch., Lei Y., Wang Y. Designing MATLAB course for undergraduates in cartography and geographic information science: linking research and teaching. *Journal of Geography in Higher Education*, vol. 44, no. 1, pp. 25—44. DOI: 10.1080/03098265.2019.1694873.

Как цитировать статью: Мельников Ю. Б., Суетов А. П. Роль и место вычислительного аппарата в современном обучении математике // Бизнес. Образование. Право. 2021. № 3 (56). С. 365—373. DOI: 10.25683/VOLBI.2021.56.309.

For citation: Melnikov Yu. B., Suetov A. P. The role and place of the computing apparatus in modern teaching of mathematics. *Business. Education. Law*, 2021, no. 3, pp. 365—373. DOI: 10.25683/VOLBI.2021.56.309.

УДК 378.662
ББК 74.202

DOI: 10.25683/VOLBI.2021.56.304

Neparko Marina Vyacheslavovna,
Postgraduate of the Department of Pedagogy,
Kaluga State University
named after K. E. Tsiolkovski,
Russian Federation, Kaluga,
e-mail: fai_rai@mail.ru

Непарко Марина Вячеславовна,
аспирант кафедры педагогики,
Калужский государственный университет
имени К. Э. Циолковского,
Российская Федерация, г. Калуга,
e-mail: fai_rai@mail.ru

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ СФОРМИРОВАННОСТИ МЕЖКУЛЬТУРНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ У МЕНЕДЖЕРОВ В ВЫСШЕМ УЧЕБНОМ ЗАВЕДЕНИИ

METHODOLOGICAL APPROACHES TO THE STUDY OF THE FORMATION OF CROSS-CULTURAL COMPETENCIES AMONG MANAGERS IN HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS

13.00.08 — Теория и методика профессионального образования
13.00.08 — Theory and methodology of vocational education

Статья посвящена проблемам формирования межкультурных компетенций в процессе подготовки менеджеров. Глобализация рынков обусловливает необходимость обучать менеджеров новому мышлению и навыкам управления сотрудниками разных культур. Сегодня межкультурное общение регулируется различными видами компетенций, включая вербальные и невербальные, культурные, которые реализуются в контексте коммуникативных событий, содержащих как универсальные элементы, так и элементы национальной культуры. Обладание межкультурными компетенциями при общении с представителями других культур требует определенных знаний, умений, навыков, которые можно получить в процессе обучения и личного опыта, как в личной жизни, так и в профессиональной деятельности. Межкультурные компетенции позволяют не только адекватно взаимодействовать с людьми других культур, но и эффективно вести бизнес в любой точке мира. Целью статьи является выявление знаний о межкультурных компетенциях студентов-менеджеров и определение возможности их развития для межкультурного и межэтнического общения, что обусловлено потребностями профессиональной деятельности. На основе проведенного эксперимента автором выявлен уровень знания межкультурных компетенций у будущих менеджеров, что привело к выводу о необходимости поиска новых подходов к качеству подготовки менеджеров с учетом межкультурных отношений в контексте международной академической и экономической мобильности. Учитывая, что профессионалам в сфере международного бизнеса необходимы новые знания, навыки и умения, автор рассматривает возможность разработки методических рекомендаций по дисциплине «Межкультурные компетенции». Автор доказывает, что успех в бизнесе зависит от развития межкультурных компетенций у всех представителей бизнеса, что является явным преимуществом.

The article is devoted to the problems of the formation of cross-cultural competencies in the process of training managers. The globalization of markets determines the need to train managers with new thinking and skills to manage employees of different cultures. Today, intercultural communication is regulated by various groups of competencies, including verbal, non-verbal, and cultural, and is implemented in the context of communicative events that contain both universal elements and elements of national culture. The possession of cross-cultural competencies when communicating with representatives of other cultures requires certain knowledge and skills that can be obtained in the course of training and personal experience, both in private life and in professional activity. Cross-cultural competencies allow managers not only to adequately interact with people of other cultures, but also to effectively conduct business anywhere in the world. The purpose of the article is to identify the knowledge of cross-cultural competencies of management students and to determine the possibility of their development for cross-cultural and interethnic communication, which is due to the needs of professional activity. Based on the conducted experiment, the author revealed the level of knowledge of intercultural competencies among future managers, which led to the